quelconque, on a donc $x \in \bigcap_{i \in I} A_i$."

A.2 Applications et cardinaux : définitions et notations

Pour A, D deux ensembles non vides quelconques, on note A^D ou $\mathcal{F}(D, A)$ l'ensemble des fonctions de D (ensemble de départ) vers A (ensemble d'arrivée). Soit f une application de D dans A. On dit que f est

- *injective* si $\forall x, y \in D, \quad x \neq y \Longrightarrow f(x) \neq f(y)$
- *surjective* si $\forall z \in A, \quad \exists x \in D : \quad f(x) = z$.
- *bijective* si elle est à fois injective et surjective.

Une application injective (resp. surjective, bijective) est une injection (resp. surjection, bijection).

Une bijection d'un ensemble Ω dans lui-même est appelée *permutation* de Ω. On note $\mathfrak{S}(\Omega)$l'ensemble des permutations de Ω, et simplement $\mathfrak{S}_n$ pour l'ensemble des permutations de $\{1, \dots, n\}$.

Un ensemble Ω est dit *fini* si

- ou bien c'est l'ensemble vide $\varnothing$,
- ou bien il existe un entier n tel qu'il existe une bijection entre Ω et $\{1, \dots, n\}$.

Cet entier n est unique : on l'appelle le *cardinal* de l'ensemble Ω. On le note $|\Omega|$. De manière intuitive, c'est le nombre d'éléments de Ω.
Le cardinal de l'ensemble vide est zéro.
Pour Ω fini de cardinal n, et $p \in \{0, \dots, n\}$, on note $\mathcal{B}_p(\Omega)$l'ensemble des parties de Ω de cardinal p. Par exemple $\mathcal{B}_2(\{a, b, c\}) = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$.
On note de plus $\mathcal{P}(\Omega)$l'ensemble des parties de Ω, quel que soit leur cardinal.
Par exemple $\mathcal{P}(\{a, b, c\}) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}\}$.

Soient A et D deux ensembles finis. On admettra les résultats suivants :

- Il existe (au moins) une bijection de D dans A si et seulement si $|A| = |D|$.
- Il existe (au moins) une injection de D dans A si et seulement si $|A| \geq |D|$.
- Il existe (au moins) une surjection de D dans A si et seulement si $|A| \leq |D|$.

Le premier des trois résultats énoncés est évidemment le plus utilisé lorsque l'on veut des dénombrements exacts, alors que les deux autres sont plutôt utilisés dans les cas trop complexes, où l'on peut juste espérer des encadrements.
Soit $f : A \to D$ une fonction, où A et D sont deux ensembles finis. Si $|A| = |D|$, alors f est injective si et seulement si f est surjective si et seulement si f est bijective.