

# Index

- Abel (transformation d'), 10, 433
- aire d'un secteur angulaire, 148
- algèbre, 32
- application mesurable, 29
- Bernstein (théorème de), 252
- bijection, 394
- binôme de Newton, 138
- Bochner (théorème de), 242, 252
- Bonferroni (inégalités de), 162, 205
- Borel–Cantelli
  - deuxième lemme de, 273
  - premier lemme de, 272
- Box–Muller (algorithme de), 185
- càdlàg, 253
- Cantor, 122, 294
- Cantor (ensemble triadique de), 122
- cardinal, 394
- Cauchy–Schwarz (inégalité de), 172
- centrée (variable aléatoire), 142, 160
- changement de variable, 97
  - élémentaire, 72
  - polaire, 97
- Chebychev (inégalité de), 177, 199, 343, 382, 386, 537
- Chernov (inégalité de), 387
- Chung et Fuchs (théorème de), 257
- Cochran (théorème de), 326, 344, 362
- coefficient de corrélation, 173
- coefficients de régression linéaire, 352
- comparaison stochastique, 329
- complet, 213, 215
- condition de Lyapounov, 374
- constante d'Euler, 76, 104, 116, 467
- convergence de réels, 13
- convergence dominée (théorème de), 65
- convergence en loi, 295
- convergence en moyenne quadratique, 269
- convergence en probabilité, 268
- convergence faible, 295
- convergence monotone (théorème de), 64, 102
- convergence presque complète, 272, 280
- convergence presque sûre, 265, 268
- convexe (ensemble), 107
- convexe (fonction), 167
- convolée, 91
- convolution, 179
- corrélées (négativement), 174
- corrélées (positivement), 174
- corrélées (variables aléatoires), 174
- covariance, 172
- cumulant, 384
- décomposition de Lebesgue, 83
- dénombrable, 394
- dérangements, 57
- dérivation sous le signe intégrale, 75
- densité, 82, 134
- densité de Dirichlet, 59
- densité naturelle, 59

- Dirichlet (densité de), 59  
 Dirichlet (intégrale de), 106, 107  
 Dirichlet (série de), 23  
 distribution empirique, 335  
 domination stochastique, 329  
  
 écart-type, 172  
 Egoroff (théorème de), 219  
 ensemble triadique de Cantor, 122, 294  
 équi-intégrable, 403  
 erreur de première espèce, 356  
 erreur de seconde espèce, 356  
 escalier de Cantor, 125  
 escalier du diable, 125  
 espérance, 159  
 espace canonique, 152  
 espace des trajectoires, 152  
 espace mesuré, 33  
 espace mesurable, 27  
 espace probabilisé, 47  
 estimateur, 333, 335  
     consistant, 336  
     des moindres carrés, 352  
     du maximum de vraisemblance, 348  
     fortement consistant, 336  
     préférable, 340  
     sans biais, 340  
 estimation, 334  
 événement, 47, 117  
 existence de variables aléatoires indépendantes, 126, 288  
 exposants conjugués, 209  
  
 factorielle, 397  
 Fatou (lemme de), 65, 404  
 Fekete (lemme de), 24, 383  
 Fenchel–Legendre (transformée de), 384  
 fini (ensemble), 394  
 fonction étagée, 69  
 fonction caractéristique, 239  
 fonction de Lambert, 518  
  
 fonction de Möbius, 60  
 fonction de perte, 339  
 fonction de queue, 118  
 fonction de répartition, 118, 142, 302  
 fonction de répartition empirique, 335, 337, 362  
 fonction de vraisemblance, 347  
 fonction génératrice, 235  
 fonction génératrice des moments, 251  
 fonction puissance, 356  
 fonction simple, 69  
 fonction singulière, 125  
 fonction spéciale  
     êta, 114  
     Bêta, 95, 116, 181, 202  
     digamma, 116  
     Gamma, 75, 105, 108, 113, 114, 116, 202, 210  
     psi, 116  
     Zêta, 57, 108, 114, 156  
 formule de Poincaré, 160, 163, 400, 418, 504  
 formule de Stirling, 108, 256, 314, 561  
 formule des compléments, 202  
 formule du crible, 160, 163, 400, 418, 504  
 formule du multinôme, 198, 401  
 Fourier (transformée de), 229, 239, 251, 559  
 fréquences asymptotiques, 277  
 Fresnel (intégrale de), 106  
 Fubini (théorème de), 88  
  
 Gauss (intégrale de), 97, 99, 105  
 Glivenko–Cantelli (théorème de), 337  
  
 Hardy (inégalité de), 221  
 Hardy–Littlewood (inégalité de), 408, 410  
 Helly (théorème de), 121, 253, 310  
 Hoeffding (inégalité de), 380  
 Hölder (inégalité de), 209, 218, 384, 523

- identité de Lagrange, 108
- inégalité de Cauchy–Schwarz, 172
- inégalité de Chebychev, 177, 343, 382, 386, 537
- inégalité de Chernov, 387
- inégalité de Hölder, 209, 218, 384, 523
- inégalité de Hardy, 221
- inégalité de Hoeffding, 380
- inégalité de Jensen, 169
- inégalité de Le Cam, 208, 578
- inégalité de Markov, 101, 160, 410
- inégalité de Minkowski, 211
- inégalité de Paley–Zygmund, 289
- inégalité maximale
  - de Hardy–Littlewood, 408, 410
- inégalité triangulaire, 211
- inégalités de Bonferroni, 162, 205
- indépendance, 52
- indépendance globale, 52
- indépendance mutuelle, 52
- indicatrice, 137, 186
- injection, 394
- intégrable, 64, 72
- intégrale de Dirichlet, 106, 107
- intégrale de Fresnel, 106
- intégrale de Gauss, 97, 99, 105
- intégrale de Wallis, 105, 256
- intervalle de confiance, 343
  
- jacobien (déterminant), 97
- Jensen (inégalité de), 169
  
- Kochen–Stone (lemme de), 289
- Kolmogorov–Smirnov (théorème de), 363
  
- $\lambda$ -système, 54
- Laplace (méthode de), 110
- Laplace (transformée de), 104, 251, 252, 260, 326
- Le Cam (inégalité de), 208, 578
- Lebesgue
  - mesure de, *voir* mesure de Lebesgue
- lemme de Borel–Cantelli, *voir* Borel–Cantelli
- lemme de Fatou, 65, 404
- lemme de Fekete, 24, 383
- lemme de Kochen–Stone, 289
- lemme de Parseval, 233
- lemme de recouvrement de Vitali, 406
- lemme de Scheffé, 296
- lemme des bergers, 396
- Levi (théorème de Beppo), 64, 102
- Lévy
  - premier théorème de, 306
  - théorème de continuité de, 306
- Lindeberg (théorème de), 371
- loi, 47
- loi 0–1
  - de Borel, 274
  - de Hewitt et Savage, 150, 290
  - de Kolmogorov, 129, 158, 375, 499, 575
- loi Bêta, 146, 191, 192, 330, 339
- loi binomiale, 138, 186, 236, 297
- loi d’un processus, 152
- loi d’une variable aléatoire, 117
- loi de Bernoulli, 137, 236
- loi de Cauchy, 144, 177, 192, 249, 391, 509
- loi de Dirichlet, 192, 200, 445, 512, 567
- loi de Laplace, 261
- loi de Poisson, 140, 187, 204, 208, 237, 291, 297
- loi de Student, 203, 344
- Loi des événements rares., 390
- loi des grands nombres, 269, 275
- loi des grands nombres  $L^1$ , 412
- loi discrète, 131
- loi du chi-deux, 325, 344
- loi empirique, 335
- loi exponentielle, 143, 177, 191, 247, 261, 314
- loi géométrique, 139, 187, 236

- loi Gamma, 145, 177, 180, 191, 203, 314
- loi gaussienne, 142, 178, 190
- loi hypergéométrique, 140, 188, 298
- loi image, 133
- loi multinomiale, 198, 358, 369
- loi normale, 248
- loi uniforme, 137, 141, 247
  - sur la sphère, 329, 330
- loi uniforme continue, 189
- loi Zêta, 56, 59, 155, 156, 203, 316
- lois stables, 314
- Lusin (théorème de), 219
- Lyapounov (condition de), 374
  
- médiane, 197
- méthode de Monte-Carlo, 278, 345
- méthode des moindres carrés, 351
- méthode des moments, 350
- marche aléatoire, 254, 261, 263, 289
- marche aléatoire récurrente, 255
- marche aléatoire simple, 259
- marche aléatoire transiente, 255
- Markov (inégalité de), 101, 160, 410
- matrice de covariance, 174, 320
- meilleur estimateur, 340
- mesurable, 27, 72
- mesure, 33
- mesure  $\sigma$ -finie, 37
- mesure absolument continue, 83
- mesure de comptage, 36, 132
- mesure de Dirac, 35, 137
- mesure de Lebesgue, 38
  - sur  $\mathbb{R}^d$ , 92
- mesure de probabilité, 47
- mesure finie, 33
- mesure image, 37
- mesure produit, 85
- mesure régulière, 410
- mesure singulière, 83
- Minkowski (inégalité de), 211
- Minkowski (théorème de), 107
- modèle linéaire, 352
- modèle statistique, 334
- moment, 171
- moyenne empirique, 335
  
- $n$ -échantillon, 325, 335
- niveau, 356
- nombres de Stirling de première espèce, 389
  
- ordre stochastique, 329
  
- Paley–Zygmund (inégalité de), 289
- paramètre d'échelle, 146
- paramètre de forme, 146
- partie, 393
- partie de  $\mathbb{R}$  non borélienne, 43
- partition, 49
- permutation, 163, 394
- permutations aléatoires, 389
- $\pi$ -système, 53
- plus petite tribu, 27
- Pólya (théorème de), 259
- polynôme de Bernstein, 195
- Portmanteau (théorème de), 299
- presque partout, 64
- preuve probabiliste, 57, 181, 195, 197, 203, 314
- principe d'indépendance, 395
- principe de bijection, 395
- principe de partition, 395
- probabilité (mesure de), 47
- probabilité conditionnelle, 49
- problème des dérangements, 57, 163, 298
- problème du scrutin, 61
- problème non-paramétrique, 334
- problème paramétrique, 334
- procédé diagonal d'extraction, 19, 121
- produit de convolution, 224
- produit eulérien, 57, 156, 203, 391
- Prohorov (théorème de), 310

- queue de distribution, 170
- queue de la gaussienne, 157
- récurrente (marche aléatoire), 255
- réduite (variable aléatoire), 142, 172
- région critique, 356
- régression linéaire, 351
- Rademacher (séries de), 391
- Radon-Nikodým (théorème de), 84
- relativement compacte (pour une famille de lois), 310
- représentation  $g$ -adique, 287
- reste d'ordre  $n$ , 6
- Riemann–Lebesgue (théorème de), 230
- risque, 339
- risque quadratique, 339
- série à paramètre, 91
- série de Dirichlet, 23
- série de fonctions, 92
- séries alternées, 9
- séries de Rademacher, 391
- Scheffé (lemme de), 296
- section d'un ensemble, 86
- $\sigma$ -finie, 33
- simulation
  - de la gaussienne, 185
  - de la loi de Cauchy, 145
  - de la loi de Poisson, 204
  - de la loi exponentielle, 144
  - par affinité, 178
  - par méthode d'inversion, 142
  - par rejet, 148
- singe dactylographe, 286
- Slutsky (théorème de), 305
- somme partielle, 6
- sous-tribu, 26
- statistique, 334
- statistique d'ordre, 337
- statistique libre, 362
- Steinhaus (théorème de la coupure de), 390
- stochastiquement inférieur, 360
- suite sous-additive, 382
- support, 150
- support d'une mesure, 45
- surjection, 394
- temps d'arrêt, 375
- tension, 309
- test d'adéquation, 357, 359, 362
  - du  $\chi^2$ , 327
- test d'ajustement, 357, 359
- test d'homogénéité, 360, 364
- test statistique, 334
- tests d'hypothèse, 355
- théorème central limite, 307, 373
  - dans  $\mathbb{R}^d$ , 324
- théorème d'Egoroff, 219
- théorème de Beppo Levi, 64, 102
- théorème de Bernstein, 252
- théorème de Bochner, 242, 252
- théorème de changement de variable, 166
- théorème de Chung et Fuchs, 257
- théorème de Cochran, 326, 344, 362
- théorème de convergence dominée, 65
- théorème de convergence monotone, 64, 102
- théorème de différentiation de Lebesgue, 409
- théorème de Fubini, 88
- théorème de Glivenko–Cantelli, 337
- théorème de Helly, 121, 253, 310
- théorème de Kolmogorov–Smirnov, 363
- théorème de Lévy, 306
- théorème de Lindeberg, 371
- théorème de Lusin, 219
- théorème de Minkowski, 107
- théorème de Pólya, 259
- théorème de Portmanteau, 299
- théorème de Prohorov, 310
- théorème de Radon-Nikodým, 84
- théorème de Riemann–Lebesgue, 230

théorème de Slutsky, 305  
théorème de Tonelli, 87  
théorème de transfert, 84, 165  
théorème de Vitali, 406  
théorème de Weierstrass, 232  
théorème des quatre carrés, 107  
théorème des trois séries, 379  
théorème du retour de Poincaré, 104  
théorie des nombres, 56, 59, 104, 107,  
156, 197, 419  
Tonelli (théorème de), 87  
transformée de Fenchel–Legendre, 384  
transformée de Fourier, 229, 239, 251,  
559  
transformée de Laplace, 104, 251, 252,  
260, 326  
transformation d’Abel, 10, 433  
transiente (marche aléatoire), 255  
tribu, 25, 26  
tribu borélienne, 29, 117  
tribu de queue, 129, 375  
tribu engendrée, 125  
tribu image, 28  
tribu produit, 30  
  
uniformément équicontinue, 315  
uniformément intégrable, 403  
  
valeur d’adhérence, 15  
variable aléatoire, 117  
variable aléatoire centrée, 160  
variable aléatoire réduite, 172  
Variables  $M$ -dépendantes, 286  
variance, 172  
variance empirique, 336  
vecteur gaussien, 319  
Vitali (théorème de), 406  
Volume de la boule unité, 200  
volume de la boule unité, 99  
vraisemblance (fonction de), 347  
  
Wallis (intégrale de), 105, 256  
Weierstrass (théorème de), 232