

Avant-propos

Pour être tout à fait franc, j'ai longtemps douté de la nécessité d'écrire un nouveau livre sur les martingales et les chaînes de Markov, qui constituent le cœur de l'enseignement traditionnel de Master. Il y a déjà pas mal de bons livres, qui tentent, de manière efficace et concise, de sauver la mise à l'étudiant en galère. Certains, s'adressant aussi parfois aux bons étudiants des bonnes écoles d'ingénieurs, font la part belle aux applications à la biologie, à la finance, à Internet. Les motivations de ce livre sont un peu différentes.

Le cours de Master de Probabilités laisse parfois un sentiment d'inachèvement, pour les étudiants comme pour l'enseignant. Contrairement au cours de Licence, dont les contours sont propres et bien dessinés, l'enseignement de Master vise à l'introduction d'un certain nombre d'outils dont la puissance ne se révélera qu'avec le temps et l'expérience. En particulier, ils sont sans doute bien rares ceux qui sortiront de leur premier contact avec l'espérance conditionnelle avec autre chose que quelques règles et quelques automatismes. C'est, à l'évidence, déjà très bien, mais cela peut être un peu frustrant. Le présent livre essaie, en allant, sur beaucoup de sujets, un peu plus loin, de remédier à cela.

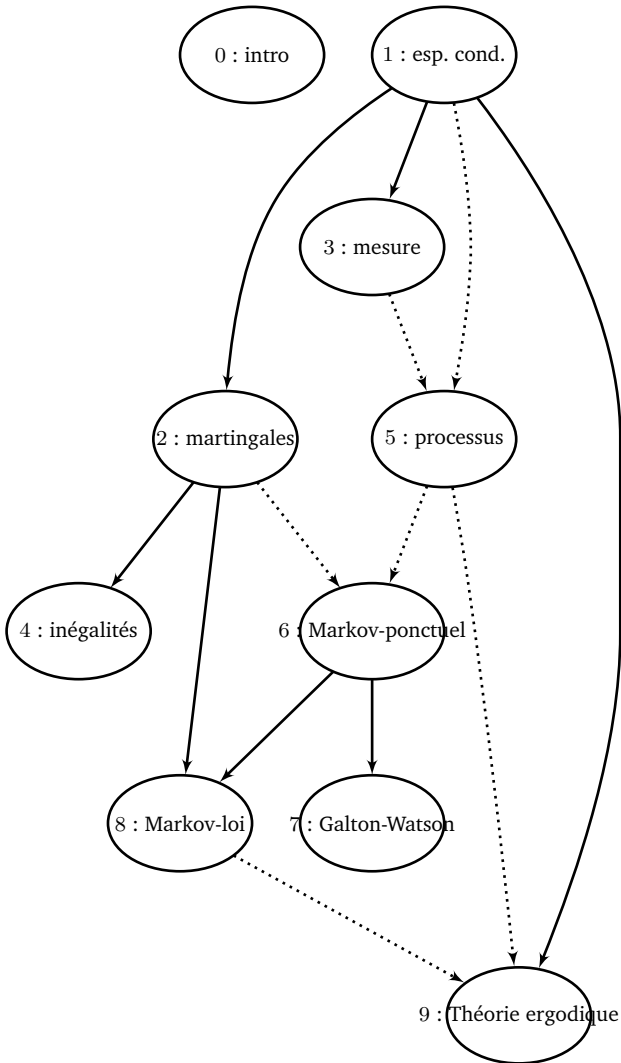
Le livre propose de nombreux exercices (à peu près 120), dont la moitié sont corrigés, ainsi que quatre problèmes de synthèse, tous corrigés. À chaque exercice, qu'il soit corrigé ou non, est associée une série d'indications. Les indications sont regroupées dans une section à part, qui précède les corrections. Je conseille leur lecture après une petite phase de recherche, si celle-ci a été infructueuse.

Les exercices sont très variés, incluant des grands classiques comme des créations plus originales, afin de contribuer à la fois à l'acquisition

des méthodes et à la progression de la culture mathématique du lecteur.

Ce livre ayant vocation à être un ouvrage de référence, il n'est pas attendu que le lecteur le lise de la première à la dernière page.

On livre donc un schéma de dépendance des chapitres. Il est vraisemblable que la plupart des lecteurs suivront le chemin 1-2-6-8, puis papillonneront suivant leurs goûts.



Les flèches dures indiquent des dépendances absolues, les flèches en pointillés des suggestions de lecture.

Bien sûr, lorsque le besoin s'en fait sentir, il ne faut pas hésiter à se tourner vers des outils de calcul scientifique ou symbolique. Pour ma part, j'ai choisi d'utiliser deux outils que je trouve particulièrement performants : Julia, plutôt pour le calcul scientifique, et Sage, plutôt pour le calcul formel. Ces deux logiciels sont libres, disponibles pour les systèmes Linux, Windows, et Mac OS X. Bien entendu, cet ouvrage ne prétend pas apprendre la programmation, ni prétendre enseigner les subtilités de ces langages. Un coup d'œil à l'index permettra de retrouver les différents codes donnés dans le livre. Pour plus de renseignements sur ces langages, on pourra par exemple consulter les références [3] et [39], et, bien évidemment, le web.

Depuis plus de dix ans que j'ai commencé à écrire différents textes qui ont finalement donné ce livre, j'ai, je crois, beaucoup appris, avec plaisir, et j'espère que le lecteur partagera ce plaisir avec moi. Bien sûr, il manque des choses, on aurait pu parler de simulation Monte-Carlo, de théorie du potentiel, du processus de Poisson. . .

Maurice Thorez disait qu'il faut savoir terminer une grève, lorsque l'on a obtenu satisfaction. Il en est de même pour un livre. La parole est maintenant au lecteur. Tous les commentaires seront les bienvenus, vous pouvez me les envoyer par mail à `Olivier.Garet@univ-lorraine.fr`. Les éventuels errata seront disponibles à l'adresse <http://www.iecl.univ-lorraine.fr/~Olivier.Garet/livre-pps/>.

Olivier Garet, le 29 janvier 2017.

Remerciements. Je tiens à remercier Nicolas Schaeffer pour ses questions et remarques avisées qui m'ont permis, j'espère, d'améliorer certains points de ce manuscrit. Je remercie également Régine Marchand, avec qui j'ai régulièrement de longues discussions sur la meilleure manière d'enseigner tel ou tel point de probabilités.