

ORAL

Le niveau du concours 1986 a été satisfaisant. Comme l'an dernier il y avait 180 places, ce qui a attiré quelques professeurs certifiés et les a fortement motivés à préparer le concours. La présence à l'oral de plusieurs candidats étudiants, dont certains très bons, a confirmé le mouvement déjà amorcé l'an dernier. Espérons que ce mouvement continuera, et que les étudiants de nos Universités seront encore un peu plus nombreux, dans les années à venir, à se présenter à l'agrégation.

Les 302 candidats admissibles ont été répartis d'après le classement d'écrit en deux jurys comportant chacun une commission d'algèbre et une commission d'analyse. Une concertation permanente a assuré une bonne harmonisation entre les jurys.

Quelques candidats, trop rares encore, ont fait un effort pour mettre dans leurs leçons des exemples numériques, des algorithmes, des illustrations venues de l'analyse numérique, de l'informatique, de la mécanique, des probabilités, etc... Le jury souhaite que cet effort se généralise et espère entendre des mathématiques plus concrètes.

Le rôle de la bibliothèque de l'agrégation et des compléments éventuels apportés par les candidats est d'aider ceux-ci à préparer des leçons de meilleure qualité. Cette documentation n'a pas pour but de contenir des ouvrages que les candidats n'auraient qu'à recopier, sur un papier d'abord, au tableau ensuite. Le jury veillera à ce que cet esprit soit respecté.

Rapport d'analyse

1. Les règles de l'oral d'analyse sont les mêmes que celles de l'oral d'algèbre; elles n'ont pas non plus varié par rapport à l'année précédente. On renvoie au rapport d'algèbre pour leur définition précise et d'utiles conseils, les formulant simplement de façon abrégée.

La leçon commence par la présentation, en 15 à 20 minutes, d'un plan qui doit tenir tout entier sur le tableau (Pour donner une idée des dimensions du tableau, précisons qu'il peut être découpé en 3 pages, chacune comprenant 15 lignes de 50 caractères pour une écriture normale). Quelle que soit son organisation, le plan doit contenir des énoncés précis.

Elle se poursuit par un exposé de 15 minutes environ, choisi par le jury parmi 2 ou 3 thèmes proposés par le candidat. L'exposé doit avoir un contenu substantiel et le choix offert doit être réel. A cette occasion le jury peut demander au candidat de poser ses notes, de résumer ou au contraire de détailler tel passage d'une démonstration.

Les questions qui viennent à la fin ne sont pas des pièges; elles ont pour but de rectifier des erreurs et de tester les connaissances du candidat sur le sujet et ses éventuels prolongements.

Ajoutons que l'éventail offert par la bibliothèque ne doit pas desservir les candidats. Il est dangereux de passer du temps à feuilleter des ouvrages que l'on ne connaît pas afin d'y trouver des idées et de recopier certains passages à la hâte, énoncés ou même formules.

2. Certaines leçons correspondent à une fraction bien définie du programme : le jury n'attend pas des candidats qu'ils s'écartent systématiquement de ce que l'on peut trouver dans les ouvrages (lesquels sont à leur disposition). Cependant ils devront faire la preuve d'avoir bien compris ce qu'ils exposent, les questions étant notamment là pour le vérifier, ce qui implique qu'ils n'exposent que ce qu'ils ont bien compris. En particulier ils seront capables de mettre l'accent sur les points essentiels et d'éviter de se placer dans des hypothèses dont la généralité est excessive ou gratuite. Ils pourront citer un théorème difficile dont ils ne connaissent pas toute la démonstration s'ils en proposent des applications intéressantes.

Il n'est pas interdit bien sûr de présenter un point de vue original ou d'enrichir l'exposé de développements moins classiques, à condition de garder la maîtrise de ce que l'on dit. Seulement ce ne doit pas être la préoccupation première.

D'autres leçons touchent au contraire à plusieurs parties du programme. Leurs limites sont imprécises; même si d'aventure une certaine tradition peut attacher au titre une interprétation particulière, toute interprétation est admise dès lors qu'elle est défendable. D'autre part l'exposé peut, au choix du candidat, traiter le sujet

d'une manière analytique, en essayant de couvrir les différents points du programme rattachés au sujet, dans un ordre logique,

ou synthétique, en mettant l'accent sur quelques exemples importants, voire un seul thème fort, révélant toute la richesse du sujet.

Il ne faut pas cacher que la seconde option exige davantage d'esprit critique, sinon de recul; cependant elle peut permettre à certains candidats de mettre en valeur leur culture et leur expérience.

Bien entendu cette classification des leçons est largement arbitraire, certains titres pouvant se trouver à égale distance de l'un et l'autre type. Le candidat est libre d'orienter la leçon dans le sens de sa préférence.

3. Actuellement l'agrégation, en plus de son rôle naturel de concours de recrutement pour l'enseignement, est un diplôme prisé par l'industrie, et il est très positif qu'elle soit aussi un carrefour où se rencontrent futurs enseignants et futurs chercheurs.

Les modifications du programme et l'évolution de l'équilibre des thèmes proposés à l'oral pourront donner moins d'importance à des questions non essentielles pour la formation des enseignants et éloignées des mathématiques actuellement pratiquées par les scientifiques ou les ingénieurs. Cela entraînera quelques modifications dans la liste ou le libellé des titres des leçons.

Pour les leçons de composition, dont la définition est plus souple, le candidat pourra suivant sa préférence se placer dans un esprit relativement traditionnel ou bien intégrer des éléments qu'il aura pu rencontrer dans sa formation à la recherche mathématique. Cependant, dans ce dernier cas, il devra savoir tenir un discours pour non spécialistes, ancré sur des exemples concrets et éloigné de tout formalisme. Cela correspond à un effort de réflexion personnelle dont la difficulté ne doit pas être sousestimée.

4. Les commentaires particuliers restent en gros valables d'une année sur l'autre. On ne les reproduit pas pour éviter de concentrer l'attention des préparations sur des points de détail. D'ailleurs nulle erreur isolée n'est condamnable, nulle ignorance en soi n'est impardonnable. Le jury essaie de juger les candidats d'après leurs talents d'enseignant et de mathématicien. Comme (futur) enseignant il leur est demandé d'exposer avec clarté et élégance des choses simples, et comme mathématicien de réagir avec méthode et initiative face à des situations auxquelles ils n'ont pas été complètement préparés.

Une remarque cependant concerne les aspects numériques de l'analyse élémentaire qui ont été introduits ces dernières années dans les leçons. Cela a conduit à un renouvellement des thèmes, l'accent étant notamment mis sur l'obtention de majorations exactes là où l'on se contente en général d'estimations asymptotiques, la distinction entre les deux points de vue étant essentielle.

Si une leçon n'est pas directement orientée vers les problèmes numériques, mais se prête à une brève évocation, il est permis d'en profiter, envisageant au besoin la mise en oeuvre effective des méthodes sans aller jusqu'à la programmation elle-même. C'est une liberté et non une consigne.

A cette occasion le jury n'attend pas des candidats une quelconque érudition, mais seulement qu'ils fournissent des résultats parlants et des applications réalistes.

5. En résumé rien d'extravagant n'est donc demandé et, sous réserve du respect des conventions de base, la plus grande liberté est laissée au candidat.

Cela ne veut pas dire que l'exercice proposé soit banal. Les candidats de cette année auraient pu bien souvent, avec les mêmes connaissances de base, fournir une meilleure prestation.

Beaucoup de plans ressemblent à un catalogue. Le fait de multiplier les I, II, a), b) ne constitue pas un plan en soi. Certains modèles de fiches qui circulent y sont probablement pour quelque chose : si elles constituent une base utile pour la préparation, au moment de l'oral le plan retenu par le candidat doit laisser percevoir un fil directeur, une progression en conformité avec sa réflexion personnelle.

La tendance au catalogue masque souvent la pauvreté du contenu réel. Elle est ainsi accompagnée par une inflation de préliminaires ou de questions n'ayant qu'un lointain rapport avec le sujet.

Pour de bons candidats elle se traduit parfois par une avalanche de résultats sans hiérarchie entre eux. Il ne faut pas oublier que les mathématiques sont par

vocation simples et que le fait d'un bon enseignant est de les faire paraître telles, même lorsqu'elles sont un peu compliquées.

Pour ce qui est des développements, il est surprenant de constater qu'ils sont souvent insuffisamment préparés. Les candidats dégagent rarement les idées essentielles et se noient au contraire dans une technique mal dominée.

En 1986, sur 301 admissibles 125 avaient choisi l'option de Probabilités et Statistiques à l'écrit, et seulement 3 candidats ont choisi une leçon d'oral en probabilités. Il y a là une anomalie dont le jury ne détient pas complètement l'explication.

S,
nt

EPREUVE D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE RAPPORT D'ORAL

Dans l'ensemble les candidats connaissent les règles de l'oral, mais il n'est pas inutile de reprendre ce qui a déjà été signalé dans le rapport de 1985 :

- présentation, en 15 à 20 minutes, d'un plan qui doit tenir sur le tableau,
- proposition de 2 ou 3 thèmes d'exposé (3 de préférence), et développement, en 15 minutes environ, de celui qui est choisi par le jury,
- réponses à diverses questions portant sur la leçon ou ses prolongements.

Insistons sur la nécessité de respecter ces règles, en particulier le temps consacré à chaque partie. Les candidats sont donc invités à savoir juger la longueur de leur plan et de leur exposé.

Le plan

Le plan ne doit pas être une table des matières : il doit contenir des définitions et des énoncés de théorème. Le niveau auquel il se situe est librement choisi par le candidat, étant entendu que le minimum requis est celui du premier cycle de l'enseignement supérieur. Même à ce niveau, on peut obtenir une très bonne note, car un plan ne s'enrichit pas seulement par une accumulation de connaissances, mais bien plus par un large choix d'exemples et d'applications, et une bonne réflexion sur les liens que présente le sujet avec d'autres parties du programme. En d'autres termes le jury ne

demande pas l'érudition, mais un approfondissement des connaissances.

- Les notions introduites dans le plan doivent être dominées, et le candidat doit pouvoir répondre à des questions sur tout sujet qu'il a introduit. Dans le cas où un résultat profond est énoncé sans être proposé en exposé, le candidat doit, à défaut d'en connaître la démonstration, pouvoir en citer des conséquences significatives et être capable de l'utiliser pour résoudre des exercices d'application simples. Dans le cas où un résultat élémentaire est énoncé, le candidat doit pouvoir par contre en donner la démonstration. Par exemple, on doit savoir démontrer que l'anneau $\mathbb{Z}[i]$ est euclidien, lorsque cet anneau est mentionné par le candidat.

- Il est inutile que le candidat inscrive au tableau toutes les définitions et toutes les propriétés élémentaires qu'il signale, cela lui fait perdre un temps précieux.

L'exposé

Le choix d'exposés proposés par le candidat est un élément important de l'appréciation : il doit mettre en évidence les points essentiels de la leçon, et refléter la diversité du sujet et le niveau auquel on s'est placé. Insistons sur le fait qu'il doit s'agir d'un vrai choix - le jury apprécie peu les artifices de "carte forcée" ! - et que chacune des propositions doit pouvoir être exposée dans les 15 minutes imparties : il peut s'agir de la démonstration, complète ou partielle, d'un théorème, de la résolution d'un ou plusieurs exercices, ou encore du développement d'un aspect particulier du sujet esquissé dans le plan ; mais la démonstration d'un théorème important ne doit pas être vidée de son contenu en admettant un lemme crucial. Eventuellement lorsque la démonstration d'un résultat est particulièrement longue le candidat peut admettre des lemmes techniques, pour lesquels il doit pouvoir néanmoins fournir, à la demande du jury, des indications.

L'exposé proprement dit doit être pour le candidat l'occasion de faire preuve de qualités d'aisance au tableau et de maîtrise des éléments de son plan. Trop nombreux sont ceux qui se contentent de recopier leurs notes tenues à la main, ils sont alors sanctionnés par le jury. Il est donc souhaitable de poser ses notes, quitte à s'y référer brièvement pour contrôler un résultat ou retrouver un détail. S'il est légitime de passer rapidement sur des calculs de routine, la démonstration doit être bien dominée, les

différentes étapes et les idées directrices clairement dégagées. Insistons encore sur le danger de recopier à la hâte une démonstration prise dans un livre que l'on n'a jamais étudié auparavant. Le jury, se réserve la possibilité d'intervenir pendant l'exposé : il s'agit souvent de faire préciser un point de démonstration, ou éventuellement de faire rectifier une erreur.

Les questions

Elles ont pour but de vérifier si le candidat maîtrise convenablement le sujet et les notions qu'il a introduites : rectification éventuelle des erreurs du plan ou de l'exposé, exercices assez courts utilisant les résultats cités, questions ayant pour but de tester les connaissances du candidat sur des points liés à la leçon ou ses prolongements naturels...

Remarques particulières

Dénombrements :

Il faut savoir traiter directement des questions par des raisonnements combinatoires. Par ailleurs, comme toujours quand le sujet s'y prête, il n'est pas interdit de faire appel à l'analyse (séries entières notamment). D'autre part, les structures algébriques sur des ensembles finis fournissent de bons thèmes de dénombrements.

Groupes :

- A propos des groupes abéliens de type fini, il faut parler du sous-groupe de torsion et ne pas oublier les groupes abéliens finis. On doit également être capable d'étudier la structure du quotient de \mathbb{Z}^2 par un sous-groupe, ou de déterminer tous les groupes abéliens d'ordre n (n proposé par le jury).

- Les théorèmes de Sylow permettent de démontrer facilement que pour certains nombres premiers p et q , tout groupe d'ordre p^2q n'est jamais simple. Il est souhaitable de varier les exemples et de ne pas se cantonner au groupe d'ordre 63.

- La notion de produit semi-direct, souvent introduite, doit pouvoir être illustrée et appliquée à des exemples concrets.

- Les groupes diédraux et leurs représentations en géométrie devraient être mieux connus.

- Il faut savoir décortiquer S_4 , et trouver dans S_n le conjugué d'un cycle par une permutation.

- Des applications à l'algèbre linéaire et à la géométrie doivent illustrer les leçons "Groupes opérant sur un ensemble" et "Eléments conjugués dans un groupe"; les groupes de pavages fournissent de bons exemples.

Anneaux, corps, polynômes :

- En dehors de \mathbb{Z} et de $K[X]$, les anneaux cités en exemple sont rarement étudiés. Aucun candidat, semble-t-il, ne s'est jamais demandé si l'anneau des décimaux est principal...

- Les exemples d'idéaux sont particulièrement pauvres, les candidats semblent ignorer par exemple les idéaux maximaux de $\mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$.

- L'algorithme d'Euclide doit être décrit en tant qu'algorithme effectif : il n'est pas interdit d'utiliser à cette fin un langage de programmation.

- Les critères d'irréductibilité énoncés doivent être précis, et les relations entre l'irréductibilité des polynômes sur \mathbb{Z} et sur \mathbb{Q} mieux maîtrisées.

- L'irréductibilité concerne aussi les polynômes à plusieurs variables.

- On peut passer rapidement sur la construction de l'algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées, ou du corps des fractions rationnelles.

- Il ne suffit pas d'énoncer le théorème de structure de l'algèbre des polynômes symétriques à coefficients dans un corps, encore faut-il savoir exprimer de tels polynômes à l'aide des polynômes symétriques élémentaires dans des exemples simples.

- Il faut connaître l'expression du résultant de deux polynômes en fonction des valeurs de l'un des polynômes en les racines de l'autre.

- Lorsque le théorème de Lüroth est mentionné par un candidat, il serait souhaitable que le rapport entre ce théorème et la théorie des courbes unicursales soit connu.

Algèbre linéaire :

- Les aspects matriciels sont souvent négligés.

- Dans plusieurs leçons, les méthodes numériques constituent un point de vue à ne pas négliger (systèmes linéaires, déterminants, valeurs propres, ...).

- Dans la leçon "Dimension des espaces vectoriels dans le cas fini", il faut parler du rang.

- La leçon "Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie" n'est pas identique à la leçon "Valeurs propres, vecteurs propres".

- Des considérations topologiques peuvent enrichir de nombreux plans (étude de la continuité à propos des notions de déterminant, rang, polynôme caractéristique, sous-ensembles remarquables denses des anneaux de matrices, étude de connexité des groupes linéaires etc...).

- Il semble que les candidats ne connaissent pas d'autre exemple de bases duales que celui fourni par l'interpolation de Lagrange. D'autre part, on devrait pouvoir préciser la signification de la phrase : "il n'y a pas d'isomorphisme canonique de E dans E^* ".

- Lorsqu'un candidat introduit la notion d'endomorphisme semi-simple, il doit savoir les caractériser dans les cas réel et complexe.

Formes bilinéaires symétriques, alternées, hermitiennes :

- Les propriétés de diagonalisation des endomorphismes normaux sont différentes sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} .

- Rappelons encore une fois que si les matrices symétriques réelles sont diagonalisables, il n'en va pas de même des matrices symétriques complexes.

- L'expression "on complexifie..." ne saurait constituer un raisonnement complet. L'utilisation du complexifié dans la réduction des endomorphismes normaux réels a été souvent maladroite.

Géométrie :

La géométrie a eu les faveurs d'assez nombreux candidats.

- Le jury accueille favorablement toute démonstration de résultats élémentaires qui s'appuie sur de bons raisonnements géométriques expliqués sur des figures.

- La géométrie métrique plane nécessite certaines connaissances élémentaires sur le triangle.

- Les angles suscitent toujours beaucoup d'appréhension, qu'il conviendrait de surmonter une bonne fois...

- L'utilisation de la géométrie projective, à condition de pouvoir la justifier, permet de simplifier certaines démonstrations.

- Il faut savoir déduire les groupes finis de $O(3)$ de ceux de $O^+(3)$.

- Les leçons sur les coniques ou les quadriques dans l'espace affine euclidien ne se limitent pas à leur classification.

- Les candidats doivent savoir faire le lien entre éléments orthogonaux par rapport à une forme quadratique et éléments conjugués par rapport à une conique ou une quadrique.

- Les propriétés élémentaires des tangentes aux coniques doivent être connues des candidats.

- La géométrie projective est mal connue, et le lien avec la géométrie affine n'est jamais clairement exposé.

Liste des leçons d'algèbre et de géométrie Session de 1986

- 1 Exemples de problèmes de dénombrement.
- 2 Coefficients binomiaux. Applications.
- 3 Groupes abéliens de type fini; sous-groupes de \mathbb{Z}^n .
- 4 Exemples et applications de la notion de sous-groupe distingué.
- 5 Parties génératrices d'un groupe; exemples; applications à la géométrie.
- 6 Illustrer par des exemples, notamment géométriques, la notion d'éléments conjugués dans un groupe.
- 7 Exemples de groupes finis, tirés de l'algèbre linéaire et de la géométrie.
- 8 Groupes opérant sur un ensemble. Applications.
- 9 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 10 Exemples d'idéaux et d'anneaux quotients d'un anneau commutatif unitaire.
- 11 $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
- 12 Divisibilité et factorisation dans un anneau commutatif intègre; exemples.
- 13 Propriétés élémentaires des nombres premiers.
- 14 P.g.c.d., p.p.c.m., théorème de Bezout, exemples et méthodes de calcul.
- 15 Exemples de corps.
- 16 Corps de rupture d'un polynôme irréductible. Applications.
- 17 Exemples d'algèbres.
- 18 Quaternions.
- 19 Corps des nombres complexes.
- 20 Groupe multiplicatif des nombres complexes; racines de l'unité.
- 21 Applications géométriques des nombres complexes.
- 22 Polynômes à n indéterminées.
- 23 Racines des polynômes à une indéterminée à coefficients complexes. Résultant. Discriminant.
- 24 Racines des polynômes à une indéterminée.
- 25 Polynômes irréductibles.
- 26 Polynômes symétriques. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme.
- 27 Fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif; applications.
- 28 Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples et applications.
- 29 Dimension des espaces vectoriels dans le cas fini.
- 30 Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie.
- 31 Groupe linéaire en dimension finie.
- 32 Matrices carrées inversibles.
- 33 Exemples de sous-groupes du groupe linéaire.
- 34 La dualité en algèbre linéaire; applications; (on se limitera au cas de la dimension finie)
- 35 Rang d'une application linéaire et d'une matrice. Equations linéaires.
- 36 Résolution d'un système de n équations linéaires à p inconnues.
- 37 Matrices.
- 38 Applications multilinéaires alternées. Déterminants.
- 39 Applications des déterminants.
- 40 Méthodes de calcul d'un déterminant. Exemples et applications.
- 41 Sous-espaces vectoriels stables pour un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie.
- 42 Vecteurs propres, valeurs propres. Diagonalisation. Applications.
- 43 Réduction de Jordan. Applications.
- 44 Polynôme minimal, polynôme caractéristique.
- 45 Matrices semblables.

- 46 Polynômes d'endomorphismes.
- 47 Formes bilinéaires symétriques; formes bilinéaires alternées.
- 48 Orthogonalité, isotropie pour une forme bilinéaire symétrique.
- 49 Décomposition en carrés d'une forme quadratique. Applications.
- 50 Applications des formes quadratiques réelles en dimension finie.
- 51 Groupe orthogonal d'une forme quadratique non dégénérée.
- 52 Espaces vectoriels euclidiens en dimension finie.
- 53 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
- 54 Espaces vectoriels hermitiens de dimension finie sur \mathbb{C} . Groupe unitaire.
- 55 Dualité dans les espaces vectoriels hermitiens et euclidiens de dimension finie. Réduction des endomorphismes normaux.
- 56 Formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien. Applications.
- 57 Changements de bases et classifications de matrices.
- 58 Convexité dans les espaces affines réels de dimension finie.
- 59 Polyèdres convexes.
- 60 Exemples de sous-groupes du groupe affine réel en dimension ≤ 3 .
- 61 Exemples de groupes d'isométries d'un espace affine euclidien en dimension ≤ 3 .
- 62 Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Formes réduites, exemples en dimension ≤ 3 .
- 63 Polyèdres réguliers dans un espace affine euclidien de dimension 3.
- 64 Exemples de problèmes de géométrie affine.
- 65 Barycentres; applications.
- 66 Angles.
- 67 Exemples de problèmes d'angles et de distances en géométrie.
- 68 Propriétés affines, propriétés métriques : exemples en géométrie plane.
- 69 Inversion plane. Groupe circulaire.
- 70 Cercles et sphères.
- 71 Familles linéaires de cercles.
- 72 Droite projective. Birapport.
- 73 Propriétés projectives, propriétés affines: exemples.
- 74 Coniques dans le plan affine euclidien.
- 75 Quadriques de l'espace affine euclidien de dimension 3.

Sujets d'analyse

- 1 Applications à l'analyse de la notion de compacité
- 2 Exemples d'espaces compacts.
- 3 Espaces homéomorphes. Exemples et contre-exemples
- 4 Connexité. Applications.
- 5 Théorèmes du point fixe. Applications.
- 6 Sous-espaces denses. Illustration par l'approximation des fonctions
- 7 Exemples d'applications linéaires continues d'un espace vectoriel normé dans un autre et de calcul de leurs normes .
- 8 Espaces vectoriels normés de dimension finie.
- 9 Géométrie dans un espace vectoriel normé.
- 10 Exemples d'utilisation de la dénombrabilité en topologie et en analyse (ou en probabilités) .
- 11 Donner une construction de \mathbb{R} ; en déduire les principales propriétés de \mathbb{R} .
- 12 Une caractérisation de \mathbb{R} (par certaines de ses propriétés) étant connue , en déduire les autres propriétés fondamentales de \mathbb{R} .
- 13 Topologie de la droite numérique \mathbb{R} et sous-ensembles remarquables de \mathbb{R} .
- 14 Exemples d'étude de suites de nombres réels, applications.
- 15 Etude , sur des exemples , de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels ; calcul approché de la limite.
- 16 Approximations d'un nombre réel.
- 17 Etude , sur des exemples , de suites réelles ou complexes définies par divers types de relations de récurrence.
- 18 Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle ; exemples et contre-exemples.
- 19 Continuité uniforme , Applications , exemples et contre-exemples .
- 20 Fonctions à variation bornée . Applications.
- 21 Applications réciproques ; théorèmes d'existence ; exemples.
- 22 Exemples d'étude de fonctions définies implicitement.
- 23 Applications du théorème des fonctions implicites.
- 24 Exemples d'utilisation de changements de variables en analyse et en géométrie.
- 25 Fonctions convexes d'une ou de plusieurs variables réelles, applications.
- 26 Applications de la notion de convexité à des problèmes d'extremum.
- 27 Problèmes de prolongement de fonctions ; exemples.
- 28 Exemples d'études qualitatives des solutions ou des courbes intégrales d'une équation différentielle.
- 29 Fonctions de plusieurs variables réelles ; théorème des accroissements finis et applications.
- 30 Applications de classe C^k d'un ouvert de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p .
- 31 Différentes formules de Taylor . Majoration des restes . Applications.
- 32 Problèmes d'extremum.
- 33 Développements limités, applications.
- 34 Exemples de développements asymptotiques.
- 35 Intégrales impropres ; exemples .
- 36 Problèmes d'interversion d'une limite et d'une intégrale . Exemples.
- 37 Problèmes de dérivabilité en calcul intégral.
- 38 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 39 Exemples de calculs d'intégrales .
- 40 Méthodes de calcul approché d'intégrales.
- 41 Séries : Sommation par paquets , réindexation.
- 42 Illustrer par des exemples et des contre-exemples la théorie des séries numériques.
- 43 Calcul approché de la somme d'une série numérique.
- 44 Comparaison d'une série et d'une intégrale . Applications .
- 45 Exemples d'étude d'une fonction définie par une série.
- 46 Différentes notions de convergence d'une suite de fonctions . Exemples.
- 47 Séries de fonctions, convergence uniforme, convergence normale; exemples.
- 48 Exemples de problèmes d'interversion de limites.
- 49 Convergence d'une série entière . Propriétés de la somme d'une telle série.
- 50 Exemples de développement d'une fonction en série entière. Applications.
- 51 Série de Taylor.
- 52 Solutions des équations différentielles $y' = f(x, y)$; solutions maximales.
- 53 Exemples d'équations différentielles linéaires.
- 54 Etude détaillée, sur un petit nombre d'exemples, d'équations différentielles non linéaires ; illustrations géométriques.

- 55 Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles.
- 56 Divers modes de définition et de représentation des surfaces de \mathbb{R}^3 , Exemples.
- 57 Propriétés affines locales des courbes, Exemples.
- 58 Propriétés métriques des courbes planes ou gauches, Exemples.
- 59 Exemples d'études de courbes planes.
- 60 Exemples de recherche et d'études d'enveloppes de droites dans le plan.
- 61 Etude locale des courbes de \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 .
- 62 Mouvement à accélération centrale, Exemples.
- 63 Mouvement d'un repère orthonormé ; applications à la théorie des courbes gauches et à la cinématique du solide.
- 64 Mouvement d'un plan sur un plan.
- 65 Méthodes de calcul approché de solutions numériques des équations $f(x)=0$.
- 66 Approximation des fonctions numériques par des fonctions polynomiales.
- 67 Théorèmes limites fondamentaux en calcul des probabilités.
- 68 Le jeu de pile ou face (variables de Bernoulli indépendantes).
- 69 Probabilité conditionnelle, Exemples.
- 70 Loi binomiale, loi de Poisson.
- 71 Etude locale de champs de vecteurs, Exemples.
- 72 Exemples de méthodes numériques pour le calcul approché des fonctions élémentaires.
- 73 Présenter, sur des exemples, des méthodes de résolution approchée d'équations différentielles.
- 74 Exemples d'équations fonctionnelles.
- 75 Fonctions périodiques.

BIBLIOTHEQUE DE L'AGRÉGATION

Pendant la préparation de l'oral, les candidats peuvent utiliser les ouvrages mis à leur disposition sur place, dont la liste figure ci-après, ou les ouvrages qu'ils ont apportés eux-mêmes, à condition qu'il s'agisse de livres imprimés, diffusés dans le commerce et dépourvus de notes manuscrites.

En outre, les Ecoles Normales Supérieures déposent un nombre important d'ouvrages à la bibliothèque de l'agrégation pendant la durée du concours: ces ouvrages peuvent bien entendu être consultés par tous les candidats.

La documentation utilisée par les candidats ne saurait contenir des ouvrages que ceux-ci n'auraient qu'à recopier, ce qui ôterait toute signification à l'épreuve. Le jury se réserve donc le droit de ne pas autoriser un ouvrage de ce type, même muni du dépôt légal.

D'autre part, la restriction aux ouvrages imprimés et diffusés dans le commerce répond à un souci d'équité: tout candidat doit pouvoir en principe se procurer tout document autorisé.

Pour ces raisons, le jury n'autorise pas l'usage de montages "raisonnés" d'extraits photocopiés d'articles de revues ou d'encyclopédies; l'utilisation publique de tels montages contrevient en outre aux lois sur le copyright.

Le jury attire enfin l'attention des candidats sur le fait que l'usage ou la tentative d'usage de documents non autorisés pendant la préparation des épreuves orales constitue une fraude ou une tentative de fraude à un concours public et serait sanctionné comme tel.

**Liste des ouvrages constituant la bibliothèque de l'agrégation de
mathématiques en 1985:**

ARNOLD	<i>Equations différentielles ordinaires</i>	(MIR)
ARTIN	<i>Algèbre Géométrique</i>	(Gauthier-Villars)
BASS	<i>Cours de Mathématiques, tomes 1 et 2</i>	(Masson)
BERGER	<i>Géométrie, index, tomes 1 à 5</i>	(CEDIC-Nathan)
	<i>Problèmes de Géométrie rédigés et commentés</i>	(Colin)
BERGER et GOSTIAUX	<i>Géométrie différentielle</i>	(Colin)
BIRKHOFF et MACLANE	<i>Algèbre: 1. Structures fondamentales</i>	
	<i>2. Les grands théorèmes</i>	(Gauthier-Villars)
BLANCHARD	<i>Les corps non commutatifs</i>	(P.U.F.)
BOURBAKI	les volumes suivants:	(Hermann)
	<i>Théorie des ensembles</i>	
	<i>Algèbre</i>	
	<i>Fonctions d'une variable réelle</i>	
	<i>Topologie générale</i>	
	<i>Espaces vectoriels topologiques</i>	
	<i>Intégration</i>	
BOUVIER et RICHARD	<i>Groupes</i>	(Hermann)
BROUSSE	<i>Mécanique</i>	(Colin)
CABANNES	<i>Cours de mécanique générale</i>	(Dunod)
CAGNAC, RAMIS, COMMEAU	<i>Nouveau cours de Mathématiques Spéciales</i>	(Masson)
CAGNAC et THIBERGE	<i>Géométrie, classes terminales C</i>	(Masson)
CARTAN	<i>Fonctions analytiques</i>	(Hermann)
	<i>Formes différentielles</i>	(Hermann)
	<i>Calcul différentiel</i>	(Hermann)
CHAMBADAL et OVAERT	<i>Cours de Mathématiques tomes 1 et 2</i>	(Gauthier-Villars)
CHEVALLARD et ROLLAND	<i>Théorie des séries</i>	(CEDIC)
CHOQUET	<i>Cours d'analyse</i>	(Masson)
	<i>L'enseignement de la géométrie</i>	(Hermann)
CIARLET	<i>Introduction à l'analyse matricielle</i>	
	<i>et à l'optimisation</i>	(Masson)
COUTY	<i>Analyse</i>	(Colin)
CROUZEIX et MIGNOT	<i>Analyse numérique des équations</i>	
	<i>différentielles</i>	(Masson)
DEHEUVELS	<i>Formes Quadratiques et Groupes classiques</i>	(P.U.F.)

DIEUDONNE	<i>Algèbre linéaire et géométrie élémentaire</i> (Hermann)	
	<i>Sur les groupes classiques</i>	(Hermann)
	<i>Calcul infinitésimal</i>	(Hermann)
	<i>Éléments d'analyse</i> , tomes 1 et 2	(Gauthier-Villars)
DIXMIER	<i>Analyse M.F.</i>	(Gauthier-Villars)
DUBREIL	<i>Leçons d'algèbre moderne</i>	(Dunod)
DUBUC	<i>Géométrie plane</i>	(P.U.F.)
EXBRAYAT et MAZET	<i>Algèbre, Analyse, Topologie</i>	
FADEEV et SOMINSKY	<i>Recueil d'exercices d'algèbre supérieure</i> (MIR)	
FELLER	<i>An introduction to probability theory and its applications</i> , tomes 1 et 2	(Wiley)
FLORY	<i>Exercices de Topologie et d'Analyse</i> , tomes 1 à 4	(Yuibert)
FRENKEL	<i>Algèbre et Géométrie</i>	(Hermann)
	<i>Géométrie pour l'élève professeur</i>	
GANTMACHER	<i>Théorie des matrices</i>	(Dunod)
GENET	<i>Mesure et Intégration</i>	(Yuibert)
GODEMENT	<i>Algèbre</i>	(Hermann)
HARDY et WRIGHT	<i>An introduction to the theory of numbers</i> (5th edition)	(Oxford)
HENNEQUIN et TORTRAT	<i>Théorie des probabilités et quelques applications</i>	(Masson)
HERVE	<i>Les fonctions analytiques</i>	(P.U.F.)
JACOBSON	<i>Basic algebra</i> , tomes 1 et 2	(Freeman)
KERBRAT	<i>Géométrie des courbes et des surfaces</i>	(Hermann)
KNUTH	<i>The art of computer programming</i> , (vol. 1, 2, 3)	(Addison-Wesley)
KREE	<i>Introduction aux mathématiques appliquées</i>	(Dunod)
KRIVINE	<i>Théorie axiomatique des ensembles</i>	(P.U.F.)
LANC	<i>Introduction aux variétés différentiables</i>	
	<i>Algèbre</i>	
	<i>Linear Algebra</i>	(Addison-Wesley)
D LEHMANN-C. SACRE	<i>Géométrie différentielle des surfaces</i>	(P.U.F.)
LELONG-FERRAND	<i>Cours de mathématiques</i> , tomes 1 à 4	
et ARNAUDIES		(Dunod)
LELONG-FERRAND	<i>Géométrie différentielle</i>	(Masson)
MALLIAVIN	<i>Géométrie différentielle intrinsèque</i>	(Hermann)
MARTIN	<i>Géométrie</i>	(Colin)

METIVIER	<i>Introduction à la théorie des probabilités</i>	(Dunod)
MUTAFIAN	<i>Le défi algébrique (tomes 1 et 2)</i>	(Yuibert)
NEYEU	<i>Bases mathématiques du calcul des probabilités</i>	(Masson)
OYAERT et VERLEY	<i>Exercices et Problèmes, Classes Préparatoires et 1er cycle, Algèbre (vol.1), Analyse (vol.1)</i>	(CEDIC-Nathan)
PERRIN	<i>Cours d'algèbre</i>	(E.N.S.J.F.)
POLYA et SZEGO	<i>Problems and theorems in analysis (tomes 1 et 2)</i>	(Springer)
QUERRE	<i>Cours d'algèbre</i>	(Masson)
QUEYSANNE	<i>Algèbre</i>	(Colin)
RALSTON et RABINOWITZ	<i>A first course in numerical analysis</i>	(McGraw-Hill)
RAMIS, DESCHAMPS, et ODOUX	<i>Mathématiques spéciales (tomes 1 à 5)</i>	(Masson)
RIDEAU	<i>Exercices de calcul différentiel</i>	(Hermann)
RIESZ et NAGY	<i>Leçons d'analyse fonctionnelle</i>	(Gauthier-Villars)
RUDIN	<i>Real and complex analysis</i>	(Mac Graw-Hill)
SAMUEL	<i>Théorie algébrique des nombres</i>	(Hermann)
SCHWARTZ	<i>Cours d'analyse (tomes 1 et 2)</i>	(Hermann)
	<i>Topologie Générale et Analyse fonctionnelle</i>	(Hermann)
SEDGEWICK	<i>Algorithms</i>	(Addison-Wesley)
SERRE	<i>Cours d'arithmétique</i>	(P.U.F.)
SAMUEL	<i>Géométrie projective</i>	(P.U.F.)
TITCHMARSH	<i>The theory of functions (2nd edition)</i>	(Oxford)
VALIRON	<i>Cours d'analyse (tomes 1 et 2)</i>	(Masson)
YAUQUOIS	<i>Les probabilités</i>	(Hermann)
WARUSFEL	<i>Structures algébriques finies</i>	(Hachette)