oral

1. OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Les 226 candidats admissibles ont été répartis en deux sous-jurys comportant chacun une commission d'algèbre et une sous-commission d'analyse. Une concertation permanente a assuré une bonne harmonisation de la conception et de l'appréciation des épreuves.

On aura noté que la diminution très sensible du nombre des places mises au concours n'a pas été entièrement répercutée sur le nombre des admissibles. Cette prudence du jury d'écrit a reçu sa justification *a posteriori* dans le fait que les épreuves orales ont permis à certains candidats d'effectuer un redressement spectaculaire.

Dans l'ensemble, la valeur des leçons s'est améliorée, surtout en analyse et il est certain que le niveau moyen des agrégés de 1980 est sensiblement supérieur à celui des lauréats des concours précédents.

2. ÉPREUVE D'ANALYSE, PROBABILITÉS

2.1 Observations générales

Comme dans le rapport précédent (1979), on peut dire que l'organisation technique du déroulement de la leçon est comprise de la grande majorité des candidats ; rares sont ceux qui n'ont pas encore réalisé l'intérêt de la notice d'instructions qui leur est remise.

Le jury a constaté cette année un niveau général de connaissances tout à fait satisfaisant chez nombre de candidats ; en revanche, il a noté un net laisser-aller dans la conception et la présentation matérielle de certaines leçons.

Il est nécessaire de rappeler quelques évidences déjà évoquées dans les rapports précédents : un plan doit être lisible donc bien écrit, compréhensible donc bien exposé, logiquement construit et mathématiquement correct ; les énoncés doivent être rigoureux, l'usage des quantificateurs soigneusement contrôlé, le symbolisme utilisé avec précision (indices dans les sommations, bornes dans les intégrales définies...).

Le jury a en particulier sanctionné très sévèrement les candidats qui ont réduit le plan à un aide-mémoire murmuré comme à regret, le plus hâtivement possible.

L'exposé est lui aussi une partie importante de l'épreuve, que trop de candidats semblent avoir négligée pendant leur préparation. Le choix des sujets proposés demande du soin : ils doivent présenter un contenu mathématique substanciel sans être excessif, et correspondre au libellé de la leçon ; ainsi la démonstration d'un théorème général n'a guère sa place dans une leçon d'exemples ; de même ne doit-on pas vider un exposé de sa substance en reportant dans un lemme admis l'essentiel d'une démonstration.

De plus, l'exposé doit avoir été préparé de façon suffisamment minutieuse pour que le candidat ne se borne pas à recopier ses notes ou ne se trouve pas confronté à une difficulté imprévue. C'est au cours de l'exposé que le candidat doit montrer sa capacité à convaincre un auditoire de la validité de ses résultats ainsi que du bien-fondé de sa démarche : il ne s'agit donc pas de reproduire mécaniquement une démonstration ou un calcul ; toutes les considérations, en particulier heuristiques, de nature à éclairer la progression de l'exposé, sont appréciées.

Quant aux questions posées par le jury, elles ont pour objet essentiel de vérifier la solidité des connaissances des candidats et leur aptitude à utiliser dans des situations concrètes les notions introduites dans la leçon.

2.2 Remarques particulières

L'analyse statistique des leçons effectivement choisies montre une concentration autour d'un petit nombre de thèmes très généraux, au détriment des leçons d'exemples, d'étude de courbes, de la cinématique, etc. Les jurys pourraient donc être amenés à enrayer cette tendance, par exemple en modifiant la fréquence de certains sujets et leurs couplages. Il est rappelé à ce propos que la préparation à l'oral doit couvrir l'intégralité du programme officiel.

Pour ce qui est des remarques concernant les diverses leçons —dont l'intitulé a peu varié cette année— on se reportera utilement aux rapports précédents, ceux de 1978 et 1979 en particulier.

Les quelques indications qui suivent pourront néanmoins être profitables aux futurs candidats.

* S'agissant des leçons **d'intégration,** le jury est amené à constater que la présentation de l'intégrale de Riemann — le plus souvent faite d'après le même modèle — a conduit certains candidats à des déboires, faute d'une appréciation suffisante de la portée, des limites et des difficultés de cette théorie.

* De nombreuses leçons requièrent l'usage de **récurrences** ; le jury déplore que certains candidats ne sachent pas formuler convenablement une construction ou un raisonnement par récurrence, même quand ils y sont explicitement invités.

* Le jury met en garde les candidats contre la **tentation de se placer dans un cadre trop général** (calcul différentiel, intégration, développements limités, séries, équations différentielles dans les Banach par exemple). En l'absence d'application ou d'exemples véritables une telle attitude apparaît comme gratuite et ne peut que desservir les candidats.

* Enfin, en ce qui concerne les leçons de **probabilités** — qui apparaissent plus souvent que par le passé — le jury a souvent constaté le caractère superficiel des connaissances de certains candidats ; il n'est pas moins grave d'ignorer les diverses notions de convergence utilisées en probabilités que d'ignorer celles qui servent en analyse classique.

2.3 Liste des exposés d'analyse, mécanique et probabilités

1 Applications à l'analyse de la notion de compacité
2 Exemples d'espaces compacts
3 Espaces homéomorphes. Exemples et contre-exemples
4 Connexité. Applications
5 Théorèmes du point fixe. Applications
6 Espaces métriques complets, espaces métriques compacts ; comparaison de ces notions
7 Comparaison des distances dans les espaces métriques. Exemples et contre-exemples
8 Suites de points dans un espace métrique ; suites extraites. Exemples et applications
9 Sous-espaces denses. Illustration par l'approximation des fonctions
10 Exemples d'applications linéaires continues d'un espace vectoriel normé dans un autre ; norme de telles applications
11 Espaces vectoriels normés de dimension finie
12 Géométrie dans un espace vectoriel normé
13 Exemples d'utilisation de la dénombrabilité en topologie et en analyse
14 Donner une construction de R ; en déduire les principales propriétés de R
15 Une caractérisation de R (par certaines de ses propriétés) étant connue, en déduire les autres propriétés fondamentales de R
16 Topologie de la droite numérique R et sous-ensembles remarquables de R
17 Exemples de compactification de R et de C ; utilisation
18 Connexité dans R et fonctions continues
19 Propriétés topologiques de R^n, exemples d'utilisation
20 Limite d'une fonction numérique d'une variable réelle
21 Exemples d'étude de suites de nombres réels
22 Limite, limite inférieure, limite supérieure d'une suite dans R ou $\overline{R}$
23 Approximations d'un nombre réel
24 Étude, sur des exemples, de suites numériques définies par divers types de relations de récurrence
25 Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle ; exemples et contre-exemples
26 Fonctions à variation bornée. Applications
27 Applications réciproques : théorèmes d'existence ; exemples
28 Fonctions implicites : applications
29 Exemples d'utilisation de changements de variable
30 Fonctions convexes d'une ou de plusieurs variables réelles
31 Fonctions convexes d'une variable réelle ; inégalités de convexité
32 Problèmes de prolongement de fonctions ; exemples
33 Applications différentiables. Exemples
34 Fonctions de plusieurs variables réelles : formule des accroissements finis et applications
35 Applications de classe C^k d'un ouvert de R^n dans R^p
36 Les différentes formules de Taylor
37 Problèmes d'extremum
38 Comparaison des fonctions au voisinage d'un point. Développements limités
39 Applications des développements limités et asymptotiques
40 Intégrale des fonctions de variable réelle. Premières propriétés
41 Intégrales impropres
42 Problèmes d'interversion d'une limite et d'une intégrale. Exemples
43 Problèmes de dérivabilité en calcul intégral
44 Fonctions définies par une intégrale. Exemples
45 Fonction exponentielle complexe. Argument d'un nombre complexe
46 Exemples de recherche de primitives et de calcul d'intégrales
47 Méthodes de calcul approché d'intégrales
48 Exemples d'utilisation des intégrales curvilignes
49 Séries. Convergence et convergence absolue. Sommation par paquets, réindexation
50 Illustrer par des exemples et des contre-exemples la théorie des séries numériques
51 Continuité, dérivabilité, intégralité de la somme d'une série de fonctions d'une variable réelle
52 Comparaison d'une série et d'une intégrale
53 Différentes notions de convergence d'une suite de fonctions. Exemples
54 Exemples de problèmes d'interversion de limites
55 Domaine de convergence d'une série entière. Propriétés de la somme d'une telle série
56 Exemples de développement d'une fonction en série entière

57 Série de Taylor
58 Solutions des équations différentielles $y' = f(x,y)$; solutions maximales
59 Équations différentielles linéaires ; propriétés générales. Exemples
60 Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants
61 Étude détaillée, sur un petit nombre d'exemples, d'équations différentielles non linéaires ; illustrations géométriques
62 Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles
63 Divers modes de définition et de représentation des courbes et surfaces de R^2 et R^3. Exemples
64 Propriétés affines locales des courbes. Branches infinies. Exemples
65 Exemples d'étude de courbes planes
66 Étude locale des courbes planes
67 Étude locale des courbes de R^3
68 Mouvement à accélération centrale
69 Champ des vitesses d'un solide. Composition des mouvements
70 Mouvement d'un repère orthonormé ; application à la théorie des courbes gauches et à la cinématique du solide
71 Mouvement d'un plan sur un plan
72 Méthodes de calcul approché de solutions numériques des équations $f(x) = 0$
73 Approximation des fonctions numériques par des fonctions polynômiales
74 Théorèmes limites fondamentaux en calcul des probabilités
75 Le jeu de pile ou face (variables de Bernoulli indépendantes)
76 Probabilité conditionnelle. Exemples
77 Loi binomiale, loi de Poisson
78 Introduire, sur des exemples, les bases mathématiques du calcul des probabilités

3. ÉPREUVE D'ALGÈBRE, GÉOMÉTRIE

3.1 Observations générales

Les candidats admissibles ont subi cette année les épreuves orales du Concours dans des conditions météorologiques favorables au travail et à la concentration, tandis que la diminution importante du nombre d'admis, rendant la compétition encore plus rude, pouvait selon les cas constituer un stimulant ou une invite au découragement.

De fait, plusieurs d'entre eux, pourtant nantis de connaissances honorables et convenablement préparés au Concours, ont semblé n'être là que par acquis de conscience, déjà résignés à un échec qu'ils estimaient inévitable et n'envisageant même pas qu'une leçon vivante et bien menée, des réactions précises et rapides, puissent changer quoi que ce soit à un destin désormais scellé à leurs yeux. Se présentant en battus, ils ne pouvaient effectivement que l'être tant l'allant et la volonté de convaincre sont, ici comme devant une classe, des qualités essentielles et un sûr gage d'efficacité.

Il faut dénoncer cette absurdité : si l'Agrégation est effectivement un concours difficile et de haut niveau, aucun candidat, dès lors qu'il s'est préparé durant l'année avec tout le soin et l'attention dont il est capable, ne doit accepter - aussi minimes qu'elles puissent alors lui paraître - de compromettre ses chances de succès et d'anéantir sans contrepartie toute une année de travail, sous prétexte que la concurrence est vive et que le rite de la leçon exige, pour y réussir, persévérance et sang-froid.

A fortiori, ceux des candidats admissibles qui ont conservé intacte leur détermination et présenté, comme en témoignent leurs notes, des leçons satisfaisantes sans obtenir toutefois l'admission définitive ne doivent-ils en aucun cas céder au découragement ou au fatalisme, mais comprendre au contraire qu'une année supplémentaire de préparation, en donnant plus de cohérence et de maîtrise à leurs connaissances et davantage de sûreté à leur comportement, a de grandes chances d'être couronnée du succès qu'ils ont cette année manqué de peu.

A tous les futurs candidats, conseillons la lecture des Rapports des années antérieures : sachant plus précisément ce qu'on attend d'eux, ils n'auront que plus de facilité à s'y préparer, et les observations faites chaque année à propos des sujets classiques ne peuvent que guider leurs lectures et diriger efficacement leur réflexion. Renvoyant donc, par exemple, au rapport de 1979 pour tout ce qui concerne les délices vénéneuses de la bibliophilie et les divers aspects du passage devant le jury, on donnera ci-après quelques remarques concernant l'organisation et la matière des leçons, ainsi que l'esprit dans lequel il est possible de les traiter.

Insistons d'abord, avant d'en détailler divers aspects, sur deux impératifs qui s'imposent dans chaque leçon : illustrer et unifier.

Illustrer, d'abord. Le sujet que l'on choisit n'est, ni un catalogue, ni un schéma dogmatique ; il répond à une nécessité, a une cohérence interne et des ramifications. Se borner aux principaux résultats d'une théorie sans en souligner les idées directrices, limiter ses exemples à des cas particuliers banals n'est pas de bonne pédagogie, ni de bonne mathématique. Abstraire, c'est aller à l'essentiel et non pas dessécher, et l'on convainc bien plus sûrement qu'une notion est utile par un exercice qui la met spectaculairement en œuvre qu'en déclarant "ça sert beaucoup", "c'est très intéressant" à chaque endroit d'un plan dépourvu par ailleurs de toute application significative. Un authentique travail de préparation, un effort personnel de réflexion et de recherches, se révèlent bien plus aux motivations et exemples qu'à l'énoncé de théorèmes généraux ou exotiques dont tout montre ensuite que leur découverte est récente, et nulle leur assimilation.

Unifier, ensuite. L'efficacité d'une idée se juge à l'étendue de son rayonnement et, pour en faire ressortir l'intérêt, il est donc indispensable de la montrer en action dans un large éventail de contextes. Sans aller jusqu'aux sciences de la nature et de la vie - bien que rien ne l'interdise et que d'aucuns s'y soient cette année essayés avec quelque bonheur - les exemples et exercices que l'on présente sont d'autant plus convaincants que leur domaine est moins restreint et qu'ils font suivre les prolongements de la théorie étudiée dans des directions plus nombreuses, voire inattendues.

Se refuser, par exemple, sous prétexte que l'on présente une leçon sur les groupes, tout recours à l'algèbre linéaire, l'analyse, la géométrie ou la topologie, est une attitude dommageable à tous égards, un non-sens scientifique en même temps qu'une maladresse pédagogique. Algèbre, analyse et géométrie sont depuis longtemps inextricablement liées, chacune offre aux yeux du chercheur ou de l'enseignant un champ très étendu d'applications ou d'illustrations des autres et, s'agissant plus particulièrement des candidats, une vision globale du programme et la capacité de l'appliquer dans divers contextes est, à l'écrit comme à l'oral, un des plus sûrs atouts possibles.

3.2 Observations particulières sur certains sujets

On trouvera ci-après, sous une forme intentionnellement concise et classé par groupes de leçons, un ensemble de remarques sur les développements qu'appellent les divers sujets, et sur ceux qu'ils peuvent éventuellement recevoir. Sous la dénomination "exemples", sont énumérées, à l'intention des futurs candidats et sans qu'il en résulte pour eux limitation ni contrainte, quelques directions dans lesquelles ils peuvent trouver aux notions qu'ils présentent - outre les exemples usuellement cités, et qui n'ont pas été repris - des illustrations significatives et des conséquences non triviales.

3.2.1 Structures algébriques, théorie des groupes

Faire ressortir comment une structure algébrique quotient permet d'étendre, de compléter, d'enrichir, une structure donnée. Exemples : symétrisé d'un monoïde, anneaux de fractions, corps de rupture d'un polynôme, semi-normes, construction de $\mathbb{R}$, d'espaces projectifs, problèmes de dénombrement, identification et étude d'algèbres de matrices sous forme $K[A] \simeq K[X]/(P)$.

Pour les groupes finis, donner (si on les énonce) des applications non banales aux théorèmes de Cayley et de Cauchy. Exemples : groupe des unités de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et sa structure, groupes classiques (GL_n, SL_n, PSL_n) des corps finis, groupes et géométrie (groupes diédraux, groupes des polyèdres réguliers, groupes de "pavages" du plan ou de la sphère), groupes de permutations des racines d'une équation algébrique, calculs élémentaires sur les "petits" groupes (générateurs, sous-groupes, sous-groupes distingués, de Sylow, classes de conjugaison), définition et usage des groupes simples, définition et applications (en géométrie, par exemple) du produit semi-direct ; par ailleurs, les notions de groupe résoluble, nilpotent, le théorème de Jordan-Hölder, ne sont pas à exclure à priori.

Ne pas se limiter au cas fini en ce qui concerne les groupes opérant sur un ensemble. Exemples : algèbre (exemples de représentations linéaires de groupes, classes de congruence ou de similitude pour les matrices, pour les formes quadratiques, opération du groupe S_n sur les polynômes à n indéterminées, automorphismes d'une extension algébrique de $\mathbb{Q}$) ; géométrie (action de sous groupes discrets du groupe orthogonal, recherche de domaines fondamentaux, birapport, éventuellement espaces homogènes) ; analyse (opérateurs de translation de variable ou d'indice dans les espaces de fonctions ou de suites).

La signature d'une permutation ne doit pas être uniquement définie dans le cas des n premiers entiers, et les classes de conjugaison de S_n sont à citer. Exemples : signature des translations d'un groupe fini, matrices de permutation, problèmes de dénombrement et de divisibilité.

3.2.2 Anneaux et corps

Pour ce qui est des anneaux, donner la définition du produit de deux idéaux, et son lien avec l'intersection ; énoncer le lemme chinois pour un anneau commutatif quelconque, connaître les idéaux d'une algèbre de matrices ; on doit faire ressortir les particularités des anneaux euclidiens, principaux, factoriels, et étudier la transmission de ces propriétés aux sous-anneaux, anneaux-quotients, anneaux de fractions, de polynômes, voire de séries formelles. Exemples : nombres décimaux, entiers de Gauss (éléments irréductibles, structure des quotients, applications arithmétiques), propriétés d'un anneau $K[X]/(P)$ lorsque P n'est pas K-irréductible, divisibilité dans des anneaux de fonctions de variable réelle ou complexe, anneaux $\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ et leurs applications à des équations diophantiennes simples.

L'étude des corps finis ne doit pas systématiquement être faite dans une clôture algébrique ; indiquer : les automorphismes, l'existence de polynômes irréductibles de degré quelconque, les classes d'équivalence de formes quadratiques non dégénérées (en caractéristique différente de deux). On peut aussi donner quelques propriétés tombant en défaut sur les corps gauches, ou illustrer les notions de corps de décomposition, de corps de nombres algébriques et de k-extension de degré fini. Exemples : corps de fonctions rationnelles, nombre de points d'une conique sur un corps fini.

La construction du corps des nombres complexes doit pouvoir être faite de plusieurs façons, ainsi que la démonstration du théorème de d'Alembert-Gauss (sans reproduire la lacune que présente, à ce sujet, la démonstration par récurrence d'un ouvrage connu !) ; étudier le groupe de toutes les racines de l'unité, et pas seulement celui des racines n-ièmes. Exemples : détermination des sous-groupes de $\mathbb{C}^*$, de ses sous-groupes fermés ; exemples de sous-corps de $\mathbb{C}$ (éventuellement une clôture algébrique de $\mathbb{Q}$), homomorphismes du groupe $(\mathbb{C},+)$ dans $(\mathbb{C}^*,\times)$; applications géométriques des nombres complexes, application aux extensions finies de $\mathbb{R}$ et à la structure des endomorphismes normaux dans un espace euclidien.

Donner également diverses constructions du corps des quaternions et préciser ce qu'il en advient sur les corps finis, étudier le groupe quaternionique et ses propriétés. Exemples : applications géométriques et au groupe spécial orthogonal.

3.2.3 Polynômes, fractions rationnelles

Préciser et utiliser davantage le lien entre $A[X]$ et $K[X]$ (K, corps des fractions de l'anneau A), donner des exemples non triviaux de polynômes irréductibles à une et deux indéterminées ; on veillera, pour ce qui est des polynômes cyclotomiques, au "trou" que présente un ouvrage bien connu dans la preuve de leur irréductibilité, et en ce qui concerne le lemme d'Eisenstein, à en donner des applications autres que $1+X+\ldots+X^{p-1}$. La division euclidienne doit être généralisée aux polynômes à plusieurs indéterminées, et la réduction des polynômes symétriques illustrée et appliquée explicitement. Exemples : irréductibilité de X^p-X-1 (p premier) sur $\mathbb{F}_p$, sur $\mathbb{Q}$, étude de $(X-a_1)\ldots(X-a_n)\pm 1$ (les a_i étant des entiers relatifs tous distincts) ; règle de Descartes et nombre de racines réelles pour les polynômes de $\mathbb{R}[X]$. Quant aux fractions rationnelles : K-automorphismes de $K(X)$, calcul de $(A-XI_n)^{-1}$, séries entières, sommes de Newton ; applications à la combinatoire, à l'arithmétique, à la recherche de parties principales.

3.2.4 Espaces vectoriels, dualité, déterminants

Les propriétés élémentaires (existence de base, de supplémentaires, etc.) en dimension finie doivent être démontrées sans le théorème de Zorn, et les formules d'orthogonalité (orthogonal d'une somme, d'une intersection, réciprocité orthogonale) établies en dimension quelconque ; l'étude de $L(E)$, sur $\mathbb{R}$, appelle quelques propriétés topologiques (ensemble des endomorphismes de rang inférieur ou égal à r, etc.) et, sur un corps quelconque, on doit donner plusieurs définitions de la trace et connaître les formes linéaires sur $L(E)$; enfin, l'appel aux déterminants n'est pas la seule méthode pour calculer le rang d'une matrice, de même que l'étude des équations linéaires ne doit pas se limiter au cas d'un corps, mais envisager un anneau commutatif (éventuellement intègre, principal). Exemples : déterminants de Vandermonde, circulants, de Gram, résultant, discriminant, semi-continuité du rang, définition intrinsèque de la trace, densité de $GL(n,\mathbb{R})$ dans $M_n(\mathbb{R})$ et de l'ensemble des matrices diagonalisables dans $M_n(\mathbb{C})$. Espaces vectoriels tirés de l'analyse : fonctions dérivables, noyaux d'opérateurs différentiels ou intégraux élémentaires, dualité dans l^p, rang de systèmes de fonctions. Systèmes linéaires : systèmes différentiels linéaires simples, applications à l'interpolation, à la géométrie (polygones, cercle inscrit, etc.), exemples de méthodes itératives de résolution.

3.2.5 Réduction des endomorphismes

Il est important de préciser si les notions introduites (polynôme caractéristique, polynôme minimal, endomorphisme diagonalisable) sont indépendantes du corps de base, et de ne pas supposer systématiquement que celui-ci est algébriquement clos. Donner diverses conditions pour qu'un sous-espace stable par un endomorphisme ait un supplémentaire également stable, et appliquer de façon significative la décomposition en somme d'un diagonalisable et d'un nilpotent qui commutent. Exemples : critères pour l'existence d'un vecteur f-totalisateur (c'est-à-dire dont les transformés successifs par f engendrent tout l'espace), interprétation des divers coefficients du polynôme caractéristique ; applications de la réduction de Jordan aux dénombrements de classes de similitude, au polynôme minimal, au commutant d'une matrice, à ses puissances et à sa substitution dans une série entière, utilisation dans les suites récurrentes linéaires et les systèmes différentiels, similitude de A et ${}^tA$.

3.2.6 Formes bilinéaires, espaces euclidiens et hermitiens

La mention des propriétés topologiques est indispensable dans l'étude des groupes classiques (SO(n), SU(n), SP(n), etc.), et la décomposition de Cartan-Iwasawa n'est pas à exclure ; on doit faire ressortir la généralité de la réduction de Gauss et définir précisément le discriminant, ainsi que les diverses traductions matricielles. Signalons qu'il est inutile de complexifier l'espace pour montrer qu'un endomorphisme normal réel est diagonalisable et que, si l'on énonce le théorème de Witt, il faut (dans le cas euclidien) savoir lier l'indice de Witt à la signature. Exemples : espaces euclidiens définis sur des espaces de fonctions par divers poids (Legendre, Laguerre, Hermite, Tchebicheff, etc.), éventuellement en se limitant au sous-espace engendré par les N premiers polynômes correspondants ; interprétation géométrique des séries de Fourier et de l'inégalité de Hadamard, définition des angles d'Euler dans SO(3) et détermination des sous-groupes abéliens compacts de O(n).

3.2.7 Géométrie

En premier lieu, ne pas esquiver systématiquement les sujets de géométrie, travail et esprit de synthèse y sont particulièrement visibles et bien récompensés ; dans ce but, lier les problèmes d'angles à l'action de O(n) et SO(n) sur les couples de droites et de demi-droites, étudier inversion et groupe circulaire en liaison avec les homographies de $\mathbb{P}_1(\mathbb{C})$ et en donner des applications géométriques ; par ailleurs, la "figure" dont on cherche le groupe des isométries qui la laissent invariante doit être un pavage du plan ou de la sphère, plutôt qu'un couple de droites ou un triangle, et l'étude de ce groupe faire intervenir les diverses notions du programme. Exemples : cocyclicité, applications conservant les angles, les droites-cercles, le birapport ; courbes unicursales, homographies sur les coniques ; caractérisation des parties d'un espace vectoriel réel de dimension finie qui peuvent être la boule unité d'une norme.

3.3 Liste des exposés d'algèbre et de géométrie

1 - Problèmes de dénombrement. Exemples.

2 - Structures algébriques quotients. Exemples et applications.

3 - Groupes abéliens finis.

4 - Groupes abéliens de type fini.

5 - Groupes finis. Exemples.

6 - Sous-groupes distingués. Exemples. Théorèmes de factorisation.

7 - Parties génératrices d'un groupe. Exemples.

8 - Groupes opérant sur un ensemble. Applications.

9 - Groupes de permutations d'un ensemble fini.

10 - Idéaux d'un anneau unitaire. Anneaux quotients. Exemples.

11 - Etude de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Eléments inversibles. Indicatrice d'Euler.

12 - Anneaux principaux. Anneaux euclidiens. Exemples.

13 - Anneaux factoriels. Exemples et applications.

14 - Corps. Exemples.

15 - Corps de rupture d'un polynôme irréductible. Construction de corps finis.

16 - Quaternions.

17 - Construction du corps des nombres complexes. Groupe multiplicatif. Théorème de d'Alembert-Gauss.

18 - Racines de l'unité dans un corps commutatif.

19 - Diverses propriétés de l'algèbre des polynômes à n indéterminées.

20 - Fonctions-polynômes. Racines. Multiplicités.

21 - Anneaux quotients de l'anneau des polynômes à une indéterminée sur un corps commutatif.

22 - Polynômes irréductibles à une indéterminée sur un corps commutatif.

23 - Polynômes symétriques. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme.

24 - Résultant de deux polynômes. Discriminant d'un polynôme.

25 - Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Décomposition en éléments simples et applications.

26 - Théorie de la dimension des espaces vectoriels dans le cas fini.

27 - Rang en algèbre linéaire.

28 - Groupe linéaire en dimension finie.

29 - Dualité en algèbre linéaire. Exemples.

30 - Exemples d'utilisation des matrices.

31 - Formes multilinéaires alternées. Applications.

32 - Déterminants.

33 - Equations linéaires.

34 - Réduction de Jordan.

35 - Polynôme caractéristique et polynôme minimal.

36 - Applications de la réduction des matrices.

37 - Formes bilinéaires symétriques ou alternées.

38 - Décomposition en carrés d'une forme quadratique. Classification sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.

39 - Groupe orthogonal d'une forme quadratique non dégénérée.

40 - Espaces vectoriels euclidiens en dimension finie.

41 - Groupe orthogonal d'un espace euclidien de dimension finie.

42 - Espaces vectoriels hermitiens en dimension finie.

43 - Groupe unitaire d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie sur $\mathbb{C}$.

44 - Dualité dans les espaces vectoriels euclidiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme. Réduction d'un endomorphisme symétrique.

45 - Dualité dans les espaces vectoriels hermitiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme. Réduction d'un endomorphisme auto-adjoint.

46 - Réduction des endomorphismes normaux dans les espaces vectoriels hermitiens et euclidiens de dimension finie.

47 - Barycentres. Convexité.

48 - Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Symétries orthogonales.

49 - Angles.

50 - Sur des exemples (en dimension 2 ou 3), description et étude du groupe des isométries laissant globalement invariante une partie donnée.

51 - Similitudes.

52 - Torseurs.

53 - Inversion plane. Groupe circulaire.

54 - Cercles et sphères en géométrie.

55 - Droite projective, homographies, involutions.

56 - Espaces projectifs. Groupe projectif.

57 - Application des formes quadratiques à l'étude des coniques dans le plan affine euclidien.

4. BIBLIOTHÈQUE DE L'AGRÉGATION

Les candidats étaient autorisé à apporter tout livre vendu dans le commerce (à l'exclusion des textes dactylographiés ou ronéotypés) et dépourvu de notes manuscrites.

Ils pouvaient en outre consulter sur place les ouvrages suivants :

ARTIN	*Algèbre géométrique* (Gauthier-Villars)
BASS	*Cours de Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
BERGER	*Géométrie* (Nathan) : index, tomes 1 à 5
BERGER et GOSTIAUX	*Géométrie différentielle* (Colin)
BLANCHARD	*Corps non commutatifs* (Presses Universitaires)
BOURBAKI	Les tomes suivants : *Théorie des ensembles* *Algèbre* *Fonctions d'une variable réelle* *Topologie générale* *Espaces vectoriels topologiques* *Intégration*
BOUVIER et RICHARD	*Groupes* (Hermann)
BROUSSE	*Mécanique* (Colin)
CABANNES H.	*Cours de mécanique générale* (Dunod)
CAGNAC, RAMIS et COMMEAU	*Nouveau cours de Mathématiques spéciales* (Masson)
CAGNAC et THIBERGE	*Géométrie, classes terminales C* (Masson)
CARTAN	*Fonctions analytiques* (Hermann) *Formes différentielles* (Hermann) *Calcul différentiel* (Hermann)
CHAMBADAL et OVAERT	*Cours de mathématiques* (Gauthier Villars) (tome 1 - tome 2 : algèbre et analyse) *Algèbre linéaire et algèbre tensorielle* (Dunod)
CHOQUET	*Cours d'analyse* (Masson) *L'enseignement de la géométrie* (Hermann)
COUTY	*Analyse* (Colin)
DIEUDONNE	*Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* (Hermann) *Sur les groupes classiques* (Hermann) *Calcul infinitésimal* (Hermann) *Éléments d'analyse* (Gauthier Villars) Tomes 1 et 2
DIXMIER	*Analyse M.P.* (Gauthier Villars)
DUBREUIL (M. et Mme)	*Leçon d'algèbre moderne* (Dunod)
DUBUC	*Géométrie plane* (Presses Universitaires)
EXBRAYAT et MAZET	*Algèbre, Analyse, Topologie*
FELLER	*An introduction to probality theory and its applications* (Viley) tomes 1 et 2
FRENKEL	*Algèbre et Géométrie* *Géométrie pour l'élève professeur* (Hermann)
GENET	*Mesure et Intégration* (Vuibert)
GODEMENT	*Algèbre* (Hermann)
HARDY G.H.	*A course of Pure Mathematics* (Cambridge University Press)
HENNEQUIN et TORTRAT	*Théorie des probabilités et quelques applications* (Masson)
HOCQUENGHEM et JAFFARD	*Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
KERBRAT	*Géométrie des courbes et des surfaces* (Hermann)
KREE	*Introduction aux Mathématiques appliquées* (Dunod)
KRIVINE	*Théorie axiomatique des ensembles* (Presses Universitaires)
LANG	*Introduction aux variétés différentiables* (traduction fançaise) *Algèbre - Linéar Algabra*
Mme LELONG-FERRAND et ARNAUDIES	*Cours de mathématiques,* 4 tomes (Dunod)
Mme LELONG-FERRAND	*Géométrie différentielle* (Masson)
MAC LANE et BIRKHOFF	*Algèbre, structures fondamentales* (traduction française, tome 1 (Gauthier Villars) *Les grands théorèmes* (traduction française)
MALLIAVIN	*Géométrie différentielle intrinsèque* (Hermann)
MARTIN P.	*Géométrie* (Colin)
METIVIER	*Introduction à la théorie des probabilités*
MUTAFIAN	*Le défi algébrique* (Vuibert) tomes 1 et 2
NEVEU J.	*Bases mathématiques de calcul des probabilités* (Masson)

QUEYSANNE	*Algèbre* (Colin)
RAMIS, DESCHAMPS et ODOUX	*Mathématiques spéciales* (Masson) Tomes 1 et 2 : *algèbre ;* tomes 3 et 4 : *analyse.*
RIESZ et NAGY	*Leçons d'analyse fonctionnelle* (Gauthier Villars)
RUDIN	*Real and complex analysis* (Mac Grandhill)
SAMUEL	*Théorie algébrique des nombres* (Hermann)
SCHWARTZ	*Cours d'analyse* (Hermann) tomes 1 et 2 *Topologie générale et analyse fonctionnelle* (Hermann)
SERRE	*Cours d'arithmétique* (Presses universitaires)
VALIRON	*Cours d'analyse* (Masson) tomes 1 et 2
VAUQUOIS	*Les Probabilités* (Hermann)
WARUSFEL	*Structures algébriques finies* (Hachette)
ZAMANSKY	*Algèbre et analyse moderne* (Dunod)
ZISMAN	*Topologie algébrique* (Colin)

Achevé d'imprimer au C.R.D.P. de Toulouse – Février 1981
Dépôt Légal 1er trimestre 1981