oral

1. OBSERVATIONS GENERALES

Les 251 candidats admissibles ont été répartis selon deux sous-jurys, comportant chacun une commission d'algèbre et une commission d'analyse.

Le tableau suivant indique la répartition des notes (sur 80)

	Aban-dons	0 à 7	8 à 15	16 à 23	24 à 31	32 à 39	40 à 47	48 à 55	56 à 63	64 à 71	72 à 79
Algèbre	9	3	17	15	28	33	42	46	39	14	5
Analyse	8	4	13	21	31	34	41	37	33	23	6

2. RAPPORT DES COMMISSIONS D'ANALYSE

2.1.– Observations générales

L'organisation technique du déroulement de la leçon est maintenant comprise par la plupart des candidats, mis à part une demi-douzaine d'entre-eux, sur le cas desquels il semble inutile d'insister, vu qu'ils ne lisent manifestement pas les rapports du jury, ni même vraisemblablement la notice d'instructions qui leur est remise.

Signalons cependant qu'il est encore trop fréquent qu'un seul sujet d'exposé soit véritablement proposé, d'une façon plus ou moins détournée, soit que ce sujet se trouve artificiellement scindé en deux ou trois, ou encore présenté sous diverses variantes, soit encore que les autres sujets soient dépourvus de toute substance, ou sans rapport avec le thème de la leçon. Rappelons que la commission est alors en droit d'imposer un sujet de son choix. Il va de soi également que les choix proposés ne doivent pas esquiver systématiquement les théorèmes fondamentaux de la leçon, au profit de points marginaux.

On attend que le candidat montre par son plan qu'il a réfléchi à l'ensemble du sujet, qu'il sait en faire la synthèse et présenter de manière cohérente l'intérêt des notions introduites et l'enchaînement des résultats. Cet effort de synthèse, qui est exigé, n'est pas compatible avec le fait de suivre servilement un unique ouvrage de référence, ce dont le jury ne saurait se contenter. Par ailleurs l'encyclopédisme, ou la prétention à une exhaustivité chimérique, n'est pas la qualité essentielle d'un plan, qui peut être situé à différents niveaux, pourvu qu'ils soient cohérents. Quel que soit ce niveau, et tout particulièrement s'il est élémentaire, les énoncés doivent être illustrés d'exemples et de «contre-exemples» nombreux.

L'exposé, plus encore que le plan, doit être pour le candidat le moment privilégié pour faire valoir ses qualités pédagogiques, en jouant le jeu de s'adresser à un auditoire qui est censé découvrir le sujet, même s'il est légitime de lui supposer des facultés d'assimilation plus rapides que celles d'un auditoire réel. On attend donc d'un exposé qu'il soit vivant et attractif, que son débit ne soit ni trop lent ni trop rapide, et suffisamment varié, que son ossature et ses articulations ressortent clairement, que les justifications des affirmations, même simples, soient données, en faisant un sort différent à celles qui sont immédiates et à celles qui sont délicates, ou font intervenir de façon cruciale les hypothèses.

Par ses questions, le jury cherche à vérifier que les notions introduites par les candidats sont vraiment assimilées, et qu'ils savent les appliquer ; il ne peut manquer de déceler le cas des candidats qui ont recopié hâtivement des énoncés sur lesquels ils n'ont jamais médité, dans des ouvrages qu'ils viennent d'ouvrir pour la première fois. Indiquons d'autre part que, s'il est légitime, pour un candidat, de se limiter, dans les choix des exposés détaillés qu'il propose, au strict programme de l'oral, il est abusif, au niveau des exemples et des applications, que les rudiments et les énoncés fondamentaux de chapitres entiers figurant au programme d'écrit soient délibérément ignorés.

Pour compléter ces observations générales, il est vivement recommandé de relire attentivement celles qui ont été détaillées dans les précédents rapports, notamment celui de 1978, que nous ne répéterons pas.

2.2.— Remarques particulières sur certains sujets

De façon générale, les leçons d'exemples brillent souvent par la pauvreté de ceux-ci, sacrifiés à de prétendus «rappels», qui envahissent la quasi-totalité du plan, ou limités à quelques trivialités.

La Commission a su gré à un candidat ayant à traiter la leçon 63, d'avoir joué le jeu en proposant des exemples variés et instructifs, et lui a pardonné de n'avoir pas toujours très bien dominé le traitement de certains d'entre eux.

En particulier, la leçon 50 ne saurait être interprétée comme «Première leçon sur les séries», les différentes leçons où figurent les mots «compact» ou «compacité» être confondues avec «Généralités sur les compacts», et la leçon 46 être traitée comme la leçon 41 !

Les leçons où intervient la connexité donnent trop souvent lieu (outre l'oubli, regrettable même lorsqu'il n'est qu'un lapsus, d'un «non vides» dans la phrase définissant les connexes) à des confusions entre les ouverts d'un sous-espace et ceux de l'espace ambiant, révélatrices d'une incompréhension profonde de la question.

On ne devrait pas avoir à rappeler ici que le fait d'être complet n'est pas une propriété topologique des espaces métriques, mais il serait souvent utile, dans beaucoup d'applications, de remarquer qu'en revanche la propriété de satisfaire aux conclusions du théorème de Baire est invariante par homéomorphisme.

Dans la leçon 15, on aimerait voir apparaître d'autres sous-ensembles remarquables de $\mathbb{R}$ que les intervalles, et d'autres exemples de compacts que l'ensemble de Cantor.

Dans la leçon 16, il serait souhaitable que, sans entrer dans des développements systématiques, on s'interroge sur le sens du mot «compactification».

Le traitement de la leçon 22 ne devrait pas totalement ignorer l'aspect topologique dans l'étude du développement en fractions continues.

Le théorème des fonctions implicites a souvent donné lieu à un fâcheux mélange de deux énoncés, conduisant à une quantification incorrecte des voisinages qui interviennent du côté «source» et du côté «but», et montrant une incompréhension des rôles joués par la connexité des voisinages et la continuité de la fonction implicite dans l'unicité de celle-ci.

Un mélange analogue s'observe, dans la leçon 59, entre un énoncé d'existence et d'unicité locales et un énoncé global, valable sur un intervalle spécifié à l'avance ; il n'est pas rare qu'un candidat énonce l'un et démontre l'autre, sans même s'en rendre compte.

La leçon 58 a été trop souvent traitée comme la leçon 35, en laissant ignorer jusqu'au bout ce que peut bien être une série de Taylor, les fonctions considérées étant d'ailleurs supposées tout au long seulement n fois dérivables !

La plupart des leçons de calcul intégral peuvent valablement se limiter à l'intégration de fonctions à valeurs réelles ou complexes, surtout lorsqu'aucune application de théories plus générales n'est proposée.

Dans de nombreuses leçons, on déplore une ignorance alarmante des rudiments de la théorie des fonctions holomorphes, qui serait pourtant une source de nombreuses applications.

On trouvera d'autres indications importantes dans les précédents rapports, notamment celui de 1978.

2.3. – Liste des exposés d'analyse, de mécanique et de probabilités

1) Applications à l'analyse de la notion de compacité.
2) Exemples d'espaces compacts.
3) Espaces homéomorphes. Exemples et contre-exemples.
4) Connexité. Applications.
5) Théorème du point fixe. Applications.
6) Espaces métriques complets, espaces métriques compacts ; comparaison de ces notions.
7) Suites de points dans un espace métrique ; suites extraites. Exemples et applications.
8) Sous-espaces denses. Illustration par l'approximation des fonctions.
9) Exemples d'applications linéaires continues d'un espace vectoriel normé dans un autre ; normes de telles applications.
10) Espaces vectoriels normés de dimension finie.
11) Géométrie dans un espace vectoriel normé (par exemple : convexité, projecteurs, sous-espaces de dimension ou de codimension finie ; cas des espaces de Hilbert).
12) Exemples d'utilisation de la dénombrabilité en topologie et en analyse.
13) Donner une construction de R ; en déduire les principales propriétés de R.
14) Une caractérisation de R (par certaines de ses propriétés) étant connue, en déduire les autres propriétés fondamentales de R.
15) Topologie de la droite numérique R et sous-ensembles remarquables de R.
16) Exemples de compactifications de R ; utilisation des symboles ∞, $+\infty$, $-\infty$.
17) Parties connexes de R et applications entre de telles parties.
18) Propriétés topologiques de R^n, exemples d'utilisation.
19) Limite d'une fonction numérique d'une variable réelle.
20) Exemples d'étude de suites de nombres réels.
21) Limite, limite inférieure, limite supérieure d'une suite dans R ou $\overline{R}$.
22) Approximations d'un nombre réel.
23) Etude, sur des exemples simples, de suites numériques définies par divers types de relations de récurrence.
24) Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle ; exemples, contre-exemples.
25) Fonctions à variation bornée. Applications.
26) Applications réciproques : théorèmes d'existence ; exemples.
27) Fonctions implicites. Applications.
28) Exemples d'utilisation de changements de variable.
29) Fonctions convexes d'une ou de plusieurs variables réelles.
30) Fonctions convexes d'une variable réelle ; inégalités de convexité.
31) Problèmes de prolongement de fonctions ; exemples.
32) Applications différentiables. Exemples.
33) Fonctions de plusieurs variables réelles : formule des accroissements finis et applications.
34) Différentiabilité d'ordre k des applications d'un ouvert de R^n dans R^p ; dérivées partielles.
35) Les différentes formules de Taylor.
36) Problèmes d'extremum.
37) Comparaison des fonctions au voisinage d'un point. Développements limités.
38) Applications des développements limités et asymptotiques.
39) Fonction exponentielle complexe. Argument d'un nombre complexe.
40) Exemples de fonctions satisfaisant à une équation fonctionnelle simple.
41) Intégrale des fonctions de variable réelle. Premières propriétés.
42) Intégrales impropres.
43) Problèmes d'intervension d'une limite et d'une intégrale. Exemples.
44) Problèmes de dérivabilité en calcul intégral.
45) Fonctions définies par une intégrale. Exemples.

46) Calcul des intégrales.
47) Méthodes de calcul effectif ou approché d'intégrales et de sommes de séries.
48) Intégrales curvilignes. Exemples d'applications.
49) Séries. Convergence et convergence absolue. Sommation par paquets, réindexation.
50) Illustrer par des exemples et des contre-exemples la théorie des séries numériques.
51) Continuité, dérivabilité, intégrabilité de la somme d'une série de fonctions d'une variable réelle.
52) Comparaison d'une série et d'une intégrale.
53) Différentes notions de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions. Exemples.
54) Exemples d'utilisation du critère de convergence de Cauchy.
55) Exemples de problèmes d'intervention de limites.
56) Domaine de convergence d'une série entière. Propriétés de la somme d'une telle série.
57) Exemples de développement d'une fonction en série entière.
58) Série de Taylor.
59) Solutions des équations différentielles $y' = f(x,y)$; solutions maximales.
60) Equations différentielles linéaires ; propriétés générales. Exemples.
61) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants.
62) Etude détaillée, sur un petit nombre d'exemples, d'équations différentielles non linéaires ; illustrations géométriques.
63) Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles.
64) Sous-variétés différentiables de R^2 et de R^3. Exemples de représentations paramétriques et de représentations implicites.
65) Propriétés affines locales des courbes. Branches infinies. Exemples.
66) Exemples de tracés de courbes $\overrightarrow{OM} = \vec{f}(t)$.
67) Exemples de tracés de courbes $\rho = f(\theta)$.
68) Etude métrique des courbes planes.
69) Courbure et torsion des courbes en géométrie euclidienne de dimension trois. Recherche des courbes dont la courbure et la torsion sont des fonctions données de l'arc.
70) Mouvement à accélération centrale.
71) Champ des vitesses d'un solide. Composition des mouvements.
72) Mouvement d'un repère orthonormé ; applications à la théorie des courbes gauches et à la cinématique du solide.
73) Mouvement d'un plan sur un plan.
74) Méthodes de calcul approché de solutions numériques des équations $f(x) = 0$.
75) Approximation des fonctions numériques par des fonctions polynomiales.
76) Théorèmes limites fondamentaux en calcul des probabilités.
77) Le jeu de pile ou face (variables de Bernoulli indépendantes).
78) Probabilité conditionnelle. Exemples.
79) Loi binomiale, loi de Poisson.
80) Introduire, sur des exemples, les bases mathématiques du calcul des probabilités.

3. EPREUVE D'ALGEBRE, GEOMETRIE

3.1.— Observations générales

Instruits sans doute par les précédents rapports, les candidats ont semblé, en majorité, avertis des règles de l'épreuve et familiers de son déroulement ; de fait, au cours de ces «figures imposées» que sont la présentation du plan et le développement d'une de ses parties, ils ont tout intérêt à une utilisation efficace du tableau et du temps, qui leur permette de mieux mettre en évidence la solidité de leurs connaissances et le sérieux de leur préparation.

Si, par conséquent, les plans squelettiques ou démesurément longs, les propositions d'exposé indigentes, ont été relativement rares, il est un autre aspect de l'épreuve dont manifestement l'intérêt et les risques n'ont pas été perçus : la possibilité de consulter des ouvrages au cours de leur préparation, improprement mise à profit par de nombreux candidats, les a conduits à des plans incohérents, mosaïques de présentations contradictoires, ou dont l'érudition - et parfois le vocabulaire - les dépassaient nettement. De même, le jury a trop souvent subi des exposés calqués sur les livres classiques jusqu'à la citation textuelle - voire, hélas, jusqu'aux lacunes et obscurités -.

Outre la désagréable impression d'anonymat et de stéréotype qu'elles peuvent laisser, de telles attitudes augurent mal des qualités de synthèse et de sens critique qu'on est en droit d'attendre chez un enseignant ; il va de soi qu'aucune insuffisance ne peut ainsi se dissimuler et qu'au contraire les risques sont grands de trébucher sur un plan mal assimilé et des connaissances fraîchement acquises.

Que les candidats ne cherchent donc pas dans les manuels des suppléants, mais des compléments : autant il est déraisonnable d'y puiser servilement la matière ou l'architecture d'une leçon, autant il peut être fructueux d'en tirer applications, exercices, variantes de démonstrations et remarques historiques. Un tel usage suppose bien entendu une certaine familiarité avec l'ouvrage consulté, et on ne peut guère escompter que des déboires en choisissant des livres inconnus sur le seul vu du rapport que présente leur titre avec les sujets tirés.

Disons un mot du choix de ceux-ci : leur libellé et la nature des couplages donnent à chaque fois de grandes latitudes quant au style et au niveau de la leçon ; il apparaît pourtant que certains d'entre eux - notamment les sujets «géométriques» 51... 66 - provoquent un refus systématique, parfois même accompagné d'une pointe de condescendance. Faut-il rappeler que la matière dont ils traitent est historiquement à l'origine d'une bonne part des sujets «abstraits» d'algèbre, linéaire ou non, et qu'on peut présenter à leur propos des leçons au moins aussi érudites ou valorisantes que sur ces derniers ? Certains candidats, parfois brillamment classés à l'écrit, semblent l'avoir compris ; il faut, hélas, constater que la bonne volonté ne suffit pas et le jury, pourtant acquis d'avance à ce non-conformisme, n'a pu le récompenser, tant les connaissances présentées étaient décousues, la géométrie des Grecs, celles de Desargues et de Riemann semblant en permanence se tourner le dos.

Ce cloisonnement du savoir apparaît d'ailleurs comme un fait général ; les meilleurs candidats eux-mêmes hésitent à rapprocher des notions dont la parenté est pourtant claire mais qu'ils ont étudiées à des moments différents, privent ainsi leur plan de ses exemples les plus fructueux et le réduisant - surtout si le sujet est «général» comme (3), (4), (11), (30) - à une énumération, peu révélatrice des structures et dont l'esprit de synthèse est absent. Le programme de l'Agrégation est pourtant riche de telles possibilités et c'est en étudiant chaque notion à la lumière des autres qu'on se préparera le mieux à en sentir, puis à en faire ressentir, l'unité et l'usage. Il est remarquable que ces aptitudes à donner d'une théorie des applications non triviales et à opérer entre notions d'apparences éloignées des rapprochements instructifs soient bien souvent pour le chercheur la source de découvertes ; nombre de théorèmes célèbres sont nés de la sorte et, à cet égard, la préparation du Concours - outre, bien sûr, son intérêt intrinsèque - apparaît aussi comme une très efficace initiation à la recherche.

Si, comme on l'a dit, les connaissances des candidats sont cloisonnées, c'est une infranchissable muraille qui doit séparer, à leurs yeux, algèbre et analyse. Certes, passant une épreuve d'algèbre, ils n'ont pas à présenter un plan ou des propositions d'exposé consacrés à l'analyse, mais il y a loin de ces «détournements de sujet» - d'ailleurs fort rares et toujours sanctionnés - à l'attitude naturelle, quoique peu fréquente, qui consiste à illustrer par des exemples tirés de l'analyse fonctionnelle [(32), (36), (43), (44), (50), (54)], des équations différentielles [(35), (37)], voire de la géométrie différentielle [(28), (30), (31), (33)] des théories qui en sont parfois issues et y ont en tous cas certaines de leurs plus belles applications. Aussi les candidats ont-ils tout avantage à un effort de synthèse : une meilleure motivation des notions introduites et des applications moins restrictives ne peuvent qu'influencer favorablement le jury, puisqu'elles sont à la fois une marque de réflexion personnelle et des qualités importantes chez un enseignant.

Pareilles remarques valent aussi pour l'ensemble des leçons : le manque d'exemples significatifs est en effet général et réduit bien des plans à n'être que des catalogues de notions abstraites et sans débouchés. Dans les «chemins» de la pensée mathématique, les définitions sont bien souvent des carrefours ; nombre de candidats semblent malheureusement les placer en plein désert tant leur introduction est dénuée d'à propos et leur usage de portée. Comment traiter des sujets tels que (2), (11), (28), sinon en y faisant ressortir comment la notion, pourtant élémentaire, de quotient, de dimension ou d'idéal fournit la réponse à des questions variées et difficiles, puis - c'est le problème de la structure - pourquoi elle permet de les résoudre, pourquoi elle est en fait leur commune substance ? A un moindre degré, une illustration trop conventionnelle de notions comme (29), (42) leur donne l'aspect de théories autarciques, coupées du reste des mathématiques et se suffisant à elles-mêmes, alors que de nombreuses et instructives applications à l'arithmétique, l'analyse ou la géométrie peuvent en être trouvées à d'autres chapitres du programme.

En fait, si trop de candidats limitent leurs exemples à des illustrations et leurs applications aux questions connexes, c'est la plupart du temps par manque de familiarité avec le sujet qu'ils traitent : on le voit aux propositions d'algorithmes «pratiques» - et, en fait, inextricables - en (27) ou (44) par exemple ; aux difficultés à particulariser sur des cas simples les théorèmes généraux énoncés (signature de formes quadratiques ou de permutations, générateurs de sous-groupes, factorisation de polynômes) ; ou encore aux problèmes que souleva (38), leçon élémentaire mais non abordée dans les livres, qui fut l'objet des pires violences «Jordanisantes» et ne reçut pas une fois un traitement correct. De même, si les corps finis sont amplement cités en (16), (20), (23), leur apparition en (31), (43) ou comme application de (3), (4), (5) aux sous-groupes classiques de $GL(n,\mathbb{F}_q)$ provoque souvent la surprise, parfois la réprobation, mais rarement des réponses satisfaisantes. Le jury ne réclame pas aux futurs agrégés une érudition sans faille, il en attend par contre une certaine curiosité intellectuelle, qu'ils puissent examiner pour chaque point du programme les notions fournies par les autres points, et notamment illustrer celui-là à l'aide de ceux-ci. Prêt à accepter divers niveaux ou points de vue - en particulier sur des sujets tels que (9), (33), (58) -, il souhaite que l'option choisie soit cohérente et capable de convaincre : le candidat qui a introduit les sous-groupes de Sylow [(3)] doit savoir trouver ceux de S_4 et, s'il s'est aventuré dans les déterminants non commutatifs, qu'il évite de battre la campagne sur ceux d'ordre deux ; de même, le théorème de Witt [(43)] ne doit pas constituer un cul de sac ni les formules d'orthogonalité et transposition [(32)] paraître des mécanismes purement formels et dénués d'intérêt.

Qu'il faille encore les attribuer au manque de maîtrise des notions introduites ou bien à l'inattention, les nombreuses imprécisions et inexactitudes dont souffrent tant de définitions et d'énoncés ne sont pas plus acceptables : il est faux que tout idéal premier d'un anneau principal soit maximal ou tout élément d'un anneau factoriel produit d'irréductibles ; on n'a pas bien compris l'algorithme de Gauss [(44)] avant de pouvoir le traduire en termes de base duale, ni assimilé les formes bilinéaires si l'on transpose systématiquement les formules matricielles qui les concernent. Il est au demeurant naturel qu'appelés à payer d'exemple dans leur métier, les candidats se refusent dès leur préparation au concours le flou et le laisser-aller qu'ils interdiront - ou interdisent déjà - à juste titre à leurs élèves.

L'organisation de son plan, le choix de ses exemples, relèvent pour le candidat de l'exercice écrit puisqu'ils ont pour cadre les trois heures de préparation ; lors de son passage, au contraire, il va devoir convaincre le jury : de ses qualités d'exposition et du bien fondé de ses options par la présentation du plan, de la solidité de ses connaissances pendant l'exposé, de leur étendue, enfin, en réponse aux questions.

Présentation du plan, d'abord. Qu'il doive tenir intégralement au tableau semble un fait acquis - au prix éventuel de quelques contractions ou contorsions -, encore faut-il écrire lisiblement, mettre en évidence les résultats essentiels et séparer les divers paragraphes ; l'usage d'abréviations compréhensibles est tout à fait licite sous réserve qu'il ne dégénère pas en sténographie, quant à celui des notes, le «par cœur» est suicidaire et la copie textuelle révélatrice, l'idéal étant bien sûr qu'une familiarité suffisante avec le sujet permette de ne les utiliser que comme canevas. Des explications orales sont les bienvenues pour motiver, justifier, commenter les notions ou théorèmes pendant qu'on les écrit, voire pour alléger de détails annexes un plan particulièrement long, et plusieurs candidats amassent, à ce moment de l'épreuve, un capital précieux, par l'impression qu'ils donnent de vivre leur exposé, d'en sentir les articulations et la cohérence. A l' inverse, on ne saurait trop déconseiller à d'autres, parfois favorablement placés à l'écrit, le ton indifférent, détaché ou monocorde qu'ils croient bon d'adopter, en parfaite contradiction avec le plan riche et bien conçu qu'ils présentent, et dont à ce compte le jury finit par se demander s'ils ont réellement saisi la portée.

Exposé d'un point du plan, ensuite. Il s'agit souvent, mais non nécessairement, d'un théorème important, particulièrement en rapport avec le sujet. Cette étape, normalement sans embûches puisqu'un choix préalable revient au candidat, s'avère en fait redoutable et les victimes des «impasses» ou du mirage livresque sont légion, tellement une démonstration comprise se distingue d'une démonstration apprise et des connaissances trop fraîches, ou une érudition de façade, résistent mal à la plus bénigne des questions. Proposer en exposé une décomposition de fraction rationnelle dont on s'épargne ensuite tous les calculs en recopiant ses notes relève de l'inconscience, et on a peine à voir certains, manifestement intelligents, s'enliser sans fin dans des résultats classiques dont, sans doute par inadvertance, ils ont mal saisi l'intérêt et négligé l'étude et qui prennent là, si l'on peut dire, une cruelle revanche. A l'opposé, le jury a pu témoigner sa satisfaction devant des démonstrations, de niveaux fort divers mais qui avaient en commun la clarté, la vivacité et la maîtrise ; la plupart du temps menées sans notes, bien structurées - grâce éventuellement à des lemmes intermédiaires - et dont manifestement leurs auteurs n'avaient pas découvert l'existence trois heures auparavant.

Questions du jury, enfin. Au moins aussi révélatrices que les deux premières parties et intervenant en fin d'épreuve, elles ont d'abord trait au plan, dont il faut préciser des points ou rectifier des inexactitudes, et à l'exposé, pour lequel on envisagera éventuellement d'autres démonstrations ou des hypothèses affaiblies. Les autres questions visent, dans le cadre de la leçon, à cerner au mieux la culture mathématique du candidat et ses capacités de réaction ; la vivacité, l'attention, la précision apportée aux réponses sont, là encore, des atouts importants, ainsi que l'espèce d'enthousiasme et d'entrain communicatif que le jury a parfois enregistré avec plaisir, de même qu'il déplorait à rebours chez certains la dévalorisation intempestive d'idées originales par le désintérêt manifeste avec lequel elles étaient énoncées. Quant au savoir, toute érudition solide et en situation est évidemment la bienvenue et, si certains candidats trop prudents ont presque dû être contraints à l'aveu de connaissances pourtant assurées et qui n'auraient certes pas déparé leur plan, d'autres, qui avaient cédé trop facilement aux délices de la bibliophilie ont vu se transformer en failles béantes les brèches tant bien que mal colmatées lors de l'exposé ; le jury stupéfait découvrant alors, par exemple, des définitions fort peu orthodoxes d'anneau euclidien, de forme bilinéaire, de transvection ou de réduite de Jordan, ainsi que des théorèmes encore plus exotiques qu'il renonce à citer.

S'il faut une conclusion, elle sera empruntée au simple bon sens : une préparation sérieuse et étalée dans le temps, une certaine familiarité préalable avec les ouvrages qu'on consultera au jour de l'épreuve, la volonté résolue de convaincre, sont des conditions nécessaires et - presque - suffisantes pour réussir au concours. Est-il besoin de dire qu'elles comptent aussi parmi les qualités de base chez un enseignant ?

3.2.— Liste des exposés d'algèbre et de géométrie

1 — Problèmes de dénombrement. Exemples.
2 — Exemples de structures algébriques quotients.
3 — Groupes finis. Exemples.
4 — Sous-groupes distingués. Applications.
5 — Parties génératrices d'un groupe . Exemples.
6 — Groupes abéliens finis.
7 — Groupe opérant sur un ensemble. Applications.
8 — Groupe des permutations d'un ensemble fini.
9 — Etude de quelques exemples d'anneaux-quotients.
10 — Etude de Z/nZ.
11 — Idéaux d'un anneau unitaire.
12 — Anneaux euclidiens. Exemples et applications.
13 — Anneaux principaux. Exemples et applications.
14 — Anneaux factoriels. Exemples et applications.
15 — Applications des nombres premiers.
16 — Corps. Exemples.
17 — Divers constructions du corps des nombres complexes. Théorème de d'Alembert-Gauss.
18 — Racines de l'unité.
19 — Algèbre des polynômes à une indéterminée sur un anneau commutatif.
20 — Factorisation dans l'anneau des polynômes à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
21 — Fonctions polynômes d'une variable. Racines. Multiplicité.
22 — Anneaux-quotients de l'anneau des polynômes à une indéterminée sur un corps commutatif.
23 — Polynômes irréductibles à une indéterminée sur un corps commutatif.
24 — Dérivations dans l'anneau des polynômes à une ou plusieurs indéterminées. Formule de Taylor.
25 — Polynômes symétriques.
26 — Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme sur un corps algébriquement clos. Applications.
27 — Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle à une indéterminée sur un corps commutatif. Cas de R et C.
28 — Théorie de la dimension des espaces vectoriels dans le cas fini.
29 — Sous-espaces vectoriels. Somme de sous-espaces. Espaces-quotients.
30 — Rang en algèbre linéaire.
31 — Groupe linéaire en dimension finie.
32 — Dualité dans les espaces vectoriels. Applications.
33 — Formes multilinéaires alternées. Exemples.
34 — Définition et propriétés des déterminants.
35 — Applications des déterminants.
36 — Equations linéaires.
37 — Réduite de Jordan sur les corps algébriquement clos.
38 — Décomposition d'un espace vectoriel en somme directe de sous-espaces stables indécomposables pour un endomorphisme.
39 — Polynôme caractéristique et polynôme minimal d'un endomorphisme.
40 — Applications de la réduction des matrices en algèbre linéaire.
41 — Formes bilinéaires alternées en dimension finie. Groupe symplectique.
42 — Vecteurs et sous-espaces isotropes relatifs à une forme bilinéaire symétrique ou alternée.
43 — Décomposition en carrés d'une forme quadratique. Classification sur R et C.
44 — Formes quadratiques. Groupe orthogonal.
45 — Espaces vectoriels euclidiens en dimension finie.
46 — Groupe orthogonal d'un espace euclidien de dimension finie.
47 — Espaces vectoriels hermitiens en dimension finie.
48 — Groupe unitaire.
49 — Dualité dans les espaces vectoriels euclidiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme. Réduction d'un endomorphisme symétrique.

50 — Dualité dans les espaces vectoriels hermitiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme auto-adjoint.
51 — Produit vectoriel. Produit mixte. Applications.
52 — Barycentres.
53 — Applications affines et groupe affine en dimension finie.
54 — Parties convexes d'un espace affine réel. Enveloppes convexes.
55 — Symétries orthogonales.
56 — Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie.
57 — Diverses notions d'angle en géométrie métrique (dimensions 2 et 3).
58 — Etude, sur des exemples en dimensions 2 et 3, des isométries d'un espace affine euclidien laissant globalement invariante une partie donnée.
59 — Similitudes planes directes et indirectes.
60 — Torseurs.
61 — Inversion plane. Groupe circulaire.
62 — Cercles et sphères en géométrie.
63 — Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.
64 — Droite projective, homographie, involutions. Cas de R et C.
65 — Espaces projectifs. Groupe projectif.
66 — Coniques dans le plan affine euclidien.

4. BIBLIOTHEQUE DE L'AGREGATION

Les candidats étaient autorisés à utiliser pendant la préparation de leurs leçons tout livre imprimé vendu dans le commerce (à l'exclusion des textes dactylographiés ou ronéotypés, et en particulier des cours édités par les Universités à l'usage de leurs seuls étudiants).

En outre, ils pourront consulter sur place les ouvrages suivants :

ARTIN	*Algèbre géométrique* (Gauthier-Villars)
BASS	*Cours de Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
BERGER	*Géométrie* (Nathan) : index, tome 1, tome 2
BERGER et GOSTIAUX	*Géométrie différentielle* (Colin)
BLANCHARD	*Corps non commutatifs* (Presses Universitaires)
BOURBAKI	Les tomes suivants :
	Théorie des ensembles
	Algèbre
	Fonction d'une variable réelle
	Topologie générale
	Espaces vectoriels topologiques
	intégration
BOUVIER et RICHARD	*Groupes* (Hermann)
BROUSSE	*Mécanique* (Colin)
CABANNES H.	*Cours de mécanique générale* (Dunod)
CAGNAC	*Cours de mathématiques supérieures* (Masson)
CAGNAC, RAMIS et COMMEAU	*Nouveau cours de mathématiques spéciales* (Masson)
CAGNAC et THIBERGE	*Géométrie*, Classes terminales C (Masson)
	Arithmétique/Algèbre, Classes terminales (Masson)
CARTAN	*Fonctions analytiques* (Hermann)
	Formes différentielles (Hermann)
	Calcul différentiel (Hermann)
CASANOVA	*Cours de mathématiques spéciales* (Belin)
CHAMBADAL et OVAERT	*Cours de mathématiques* (Gauthier-Villars)
	(tome 1 - tome 2, analyse)
	Algèbre linéaire et algèbre tensorielle (Dunod)
CHAZEL	*Traité de mathématiques* (Hachette)
CHOQUET	*Cours d'analyse* (Masson)
	L'enseignement de la géométrie (Hermann)
CONDAMINE et VISSIO	*Mathématiques : Terminales C et T* (Delagrave)
COUTY	*Analyse* (Colin)

50 — Dualité dans les espaces vectoriels hermitiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme auto-adjoint.
51 — Produit vectoriel. Produit mixte. Applications.
52 — Barycentres.
53 — Applications affines et groupe affine en dimension finie.
54 — Parties convexes d'un espace affine réel. Enveloppes convexes.
55 — Symétries orthogonales.
56 — Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie.
57 — Diverses notions d'angle en géométrie métrique (dimensions 2 et 3).
58 — Etude, sur des exemples en dimensions 2 et 3, des isométries d'un espace affine euclidien laissant globalement invariante une partie donnée.
59 — Similitudes planes directes et indirectes.
60 — Torseurs.
61 — Inversion plane. Groupe circulaire.
62 — Cercles et sphères en géométrie.
63 — Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.
64 — Droite projective, homographie, involutions. Cas de R et C.
65 — Espaces projectifs. Groupe projectif.
66 — Coniques dans le plan affine euclidien.

4. BIBLIOTHEQUE DE L'AGREGATION

Les candidats étaient autorisés à utiliser pendant la préparation de leurs leçons tout livre imprimé vendu dans le commerce (à l'exclusion des textes dactylographiés ou ronéotypés, et en particulier des cours édités par les Universités à l'usage de leurs seuls étudiants).

En outre, ils pourront consulter sur place les ouvrages suivants :

ARTIN	*Algèbre géométrique* (Gauthier-Villars)
BASS	*Cours de Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
BERGER	*Géométrie* (Nathan) : index, tome 1, tome 2
BERGER et GOSTIAUX	*Géométrie différentielle* (Colin)
BLANCHARD	*Corps non commutatifs* (Presses Universitaires)
BOURBAKI	Les tomes suivants :
	Théorie des ensembles
	Algèbre
	Fonction d'une variable réelle
	Topologie générale
	Espaces vectoriels topologiques
	intégration
BOUVIER et RICHARD	*Groupes* (Hermann)
BROUSSE	*Mécanique* (Colin)
CABANNES H.	*Cours de mécanique générale* (Dunod)
CAGNAC	*Cours de mathématiques supérieures* (Masson)
CAGNAC, RAMIS et COMMEAU	*Nouveau cours de mathématiques spéciales* (Masson)
CAGNAC et THIBERGE	*Géométrie*, Classes terminales C (Masson)
	Arithmétique/Algèbre, Classes terminales (Masson)
CARTAN	*Fonctions analytiques* (Hermann)
	Formes différentielles (Hermann)
	Calcul différentiel (Hermann)
CASANOVA	*Cours de mathématiques spéciales* (Belin)
CHAMBADAL et OVAERT	*Cours de mathématiques* (Gauthier-Villars) (tome 1 - tome 2, analyse)
	Algèbre linéaire et algèbre tensorielle (Dunod)
CHAZEL	*Traité de mathématiques* (Hachette)
CHOQUET	*Cours d'analyse* (Masson)
	L'enseignement de la géométrie (Hermann)
CONDAMINE et VISSIO	*Mathématiques : Terminales C et T* (Delagrave)
COUTY	*Analyse* (Colin)

DIEUDONNE	*Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* (Hermann)
	Sur les groupes classiques (Hermann)
	Calcul infinitésimal (Hermann)
	Eléments d'analyse (Gauthier-Villars) tomes 1 et 2
DIXMIER	*Fondements de l'analyse* (Hermann)
	Analyse M.P. (Gauthier-Villars)
DONEDDU	*Arithmétique générale* (Dunod)
	Cours de mathématiques spéciales (Dunod)
DUBREIL (M. et Mme)	*Leçon d'algèbre moderne* (Dunod)
DUBUC	*Géométrie plane* (Presses Universitaires)
EXBRAYAT et MAZET	*Algèbre, Analyse, Topologie*
FELLER	*An introduction to probality theory and its applications* (Viley) tomes 1 et 2
FRENKEL	*Algèbre et Géométrie*
	Géométrie pour l'élève professeur (Hermann)
GENET	*Mesure et Intégration* (Vuibert)
GODEMENT	*Algèbre* (Hermann)
GOURSAT	*Cours d'analyse* (Gauthier-Villars)
GOUYON	*Précis de mathématiques spéciales* (Vuibert)
HARDY G.H.	*A course of Pure Mathematics* (Cambridge University Press)
HENNEQUIN et TORTRAT	*Théorie des probabilités et quelques applications* (Masson)
HOCQUENGHEM et JAFFARD	*Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
KERBRAT	*Géométrie des courbes et des Surfaces* (Hermann)
KREE	*Introduction aux Mathématiques appliquées* (Dunod)
KRIVINE	*Théorie axiomatique des ensembles* (Presses Universitaires)
LANG	*Introduction aux variétés différentiables* (traduction française)
	Algèbre - Linéar Algabra -
LEFORT	*Mathématiques pour les sciences biologiques et agronomiques* (Colin)
LELONG FERRAND (Mme) et ARNAUDIES	*Cours de mathématiques*, 4 tomes (Dunod)
LELONG FERRAND (Mme)	*Géométrie différentielle* (Masson)
MAC LANE et BIRKHOFF	*Algèbre, structures fondamentales* (traduction française), tome 1 (Gauthier-Villars)
	Les grands théorèmes (traduction française)
MAILLARD	*Classes terminales C* (Hachette)
MALLIAVIN	*Géométrie différentielle intrinsèque* (Hermann)
MARTIN P.	*Géométrie* (Colin)
METIVIER	*Introduction à la théorie des probabilités*
MUTAFIAN	*Le défi algébrique* (Vuibert) tomes 1 et 2
NEVEU J.	*Bases mathématiques du calcul des probabilités* (Masson)
PISOT et ZAMANSKY	*Mathématiques générales* (Dunod)
	Algèbre et algèbre linéaire (Dunod)
QUEYSANNE	*Algèbre* (Colin)
RAMIS, DESCHAMPS et ODOUX	*Mathématiques spéciales* (Masson) tome 1 : algèbre ; tomes 3 et 4 : analyse
RIESZ et NAGY	*Leçons d'analyse fonctionnelle* (Gauthier-Villars)
RUDIN	*Real and complex analysis* (Mac Grandhill)
SAMUEL	*Théorie algébrique des nombres* (Hermann)
SCHWARTZ	*Cours d'analyse* (Hermann) tomes 1 et 2
SERRE	*Cours d'arithmétique* (Presses Universitaires)
VALIRON	*Cours d'analyse* (Masson) tomes 1 et 2
VAUQUOIS	*Les Probabilités* (Hermann)
WARUSFEL	*Structures algébriques finies* (Hachette)
ZAMANSKY	*Algébrique et analyse moderne* (Dunod)
ZISMAN	*Topologie algébrique* (Colin)