IV.— Les notes (sur 40)

Nombre de copies corrigées : 732

Moyenne des notes : 8,2

Répartition des notes :

0 à 4	5 à 9	10 à 14	15 à 19	20 à 24	25 à 29	30 à 34	35 à 40
359	115	101	75	42	23	7	10

RAPPORT SUR L'EPREUVE DE MECANIQUE

Le problème portait sur l'étude d'une liaison non classique satisfaisant à la condition des puissances virtuelles. La première partie pouvait être traitée à l'aide des théorèmes généraux, tandis que la seconde utilisait les méthodes analytiques.

Bien qu'on considère comme un poncif que les correcteurs se plaignent de la faiblesse des candidats, cette remarque ne peut être évitée ici : environ les trois quarts des copies sont d'un niveau très bas et même dans les autres, les fautes graves abondent, montrant des lacunes importantes.

L'introduction portait sur la distinction classique entre la puissance des forces intérieures (qui peut être évaluée dans n'importe quel repère) et celle des forces extérieures (qui dépend du repère). Dans le premier cas (forces exercées entre S_1 et S_2) on pouvait utiliser un repère lié par exemple à S_1, tandis que dans le deuxième cas (forces exercées entre un solide du système et un obstacle extérieur) on était amené à introduire une hypothèse supplémentaire (fixité de l'obstacle par rapport au repère de référence).

Dans la première question, il n'était pas indiqué d'employer les équations de Lagrange, mais si on le faisait, il fallait tenir compte du fait que les paramètres n'étaient pas indépendants (liaison non holonôme). La deuxième question a montré que beaucoup de candidats distinguaient mal la vitesse de glissement de la vitesse du point géométrique de contact A. Cette dernière était simplement $\vec{V}(A) = \vec{V}(C)$ et c'est ce qui permettait d'appliquer simplement le théorème du moment dynamique en A, où le moment des forces appliquées est nul. La vitesse de glissement étant $\vec{V}_g = \vec{V}(C) + \vec{\Omega} \wedge \vec{CA}$, on démontrait que le module de ce vecteur est constant en remarquant que sa dérivée est colinéaire à $\vec{T}$, puisque $m \frac{d\vec{V}(C)}{dt} = \vec{T}$ et que $I \frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{CA} \wedge \vec{T}$.

Les questions 3° et 4° ont été assez peu abordées, mais en général seule la mise en équations est correcte. Au 3°, il était possible d'exprimer p et q à l'aide de ρ et de ses dérivées en tenant compte de la question précédente et le théorème de l'énergie conduisait à

$$\dot{\rho}^2 + \rho\ddot{\rho} - 4/7\, v_0 \dot{\rho} = Cte \qquad \text{dans le cas a)}$$

et

$$\dot{\rho}^2 + k^2/\rho^2 - 4/7\, v_0 k = Cte \qquad \text{dans le cas b)} \quad (k = \rho^2\dot{\theta})$$

Dans la question 4°a) on obtenait les intégrales r = Cte et r_1 = Cte. il était donc possible d'évaluer $\dot{\varphi}$ et $\dot{\psi}$ en fonction de θ, tandis que la condition V_g = Cte jointe à la liaison permettait d'éliminer x et y dans l'équation de l'énergie. Dans le cas b), la condition r_1 = Cte était seule maintenue, mais il était possible d'éliminer $\dot{\varphi}$ entre l'équation $\ddot{\theta} + \dot{\varphi} \sin\theta\,(r_1 - \dot{\varphi}\cos\theta) = 0$ exprimant la conservation de $|\vec{V}_g|$ et l'équation de l'énergie pour retrouver une équation différentielle en θ.

La deuxième partie reprenait des résultats classiques de mécanique analytique dans le cas de surfaces rainurées. Il est curieux qu'elle n'ait été abordée que dans un dixième des copies environ, alors qu'elle était assez facile; contrairement au cas du préliminaire la puissance virtuelle des forces de liaison entre un solide du système et un obstacle était nulle même dans le cas d'obstacles mobiles puisque le mouvement virtuel du système satisfait aux liaisons "telles qu'elles existent à l'instant considéré". On pouvait donc écrire les équations de Lagrange sans faire intervenir cette puissance inconnue, mais il fallait bien sûr tenir compte au moyen de multiplicateurs des liaisons correspondantes entre les dérivées virtuelles $\dot{q}_i^*$ des q_i déduites de (1) sous la forme $\sum_{i=1}^{N} a_{ij}\, \dot{q}_i^* = 0$. Les questions 2° et 3° étaient destinées à préparer une application faisant intervenir un obstacle mobile, mais celle-ci n'a pas été abordée.

Pour conclure, il est apparu aux correcteurs que beaucoup de candidats n'ont pas suivi une préparation efficace à cette épreuve. On peut suggérer à ceux qui n'ont pas la possibilité de suivre là où ils sont une telle préparation de travailler par correspondance, et en tout cas d'asseoir solidement leurs connaissances sur les notions fondamentales en mécanique en reprenant leurs cours de second et même de premier cycle.

Résultats. Nombre de copies corrigées : 198
Répartition des notes (sur 40)

0	1 à 5	6 à 10	11 à 15	16 à 20	21 à 25	26 à 30	30 à 35
24	122	12	18	10	8	1	3

RAPPORT SUR L'EPREUVE «PROBABILITES ET STATISTIQUES»

I.— Analyse du sujet :

Le problème était consacré à l'étude des concepts d'échangeabilité et de symétrie sphérique pour les vecteurs aléatoires et les suites de variables aléatoires.

Pour pouvoir composer un problème à la portée des candidats, il a fallu faire un découpage en questions qui gomme quelque peu les points essentiels. Ainsi n'est-il peut-être pas mauvais de mettre en évidence les résultats en fonction desquels le problème était composé :

- Le théorème de DE. FINETTI : Une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ est échangeable si et seulement s'il existe un sous-tribu $\mathcal{G}$ de la tribu initiale $\mathcal{F}$ telle que, conditionnellement à $\mathcal{G}$, les (X_n) soient indépendants et de même loi (Partie I question 4, et partie III question 7).

- Si (X_n) est une suite à symétrie sphérique (donc échangeable) la limite :
$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{j=1}^{n} X_j^2$ existe presque sûrement. Désignant par U cette limite, sous l'hypothèse $\{U = x\}$, les (X_n) sont indépendantes ont même loi, à savoir la loi gausienne centrée de variance x (partie IV questions 5 et 7).

- Enfin une caractérisation des suites à symétrie sphérique faisant intervenir la notion de fonction caractéristique, qui n'est pas valable pour les vecteurs à symétrie sphérique (partie IV question 8 et partie II question 4) : d'où l'on déduit que l'infini ne peut être fini !...