oral

1. OBSERVATIONS DU PRESIDENT DU JURY

- Les 353 candidats admissibles ont été répartis en deux sous-jurys (au lieu de trois en 1976), comportant chacun une commission d'algèbre et une commission d'analyse; la ventilation a été faite d'après les résultats de l'écrit, les candidats classés 1 et 4, 2 et 3 (modulo 4) étant respectivement affectés au premier, second sous-jury. Une rotation des examinateurs a permis d'harmoniser la conception des épreuves, ainsi que leur notation.

- Les épreuves orales ont été plus satisfaisantes que l'année précédente. Cela est dû à la diminution du nombre des admissibles, mais aussi à la solidité des préparations et au sérieux des candidats. Une ombre cependant : six ou sept élèves d'une E.N.S. (de seconde année en général), très bien classés à l'écrit, n'ont obtenu la moyenne à aucune des deux épreuves orales et ont, de ce fait, perdu entre 50 et 100 places à l'oral. S'ils font carrière dans l'enseignement supérieur, cela n'aura peut-être pas d'inconvénient pour eux, mais il n'en serait pas de même s'ils étaient amenés à poser leur candidature à une classe préparatoire, voire à une classe terminale de lycée.

Le tableau suivant montre que, comme les années précédentes, les notes (sur 80) ont été légèrement meilleures en algèbre qu'en analyse :

	Abandons	0 à 7	8 à 15	16 à 23	24 à 31	32 à 39
Algèbre	12	3	23	37	53	36
Analyse	11	7	29	46	53	41

	40 à 47	48 à 55	56 à 63	64 à 71	72 à 79	80
Algèbre	54	75	31	17	12	0
Analyse	53	56	36	11	9	1

Les conseils aux candidats qui émaillent les rapports précédents restent intégralement valables.

2 – EPREUVE D'ANALYSE, MECANIQUE, PROBABILITES

2.1. Observations générales

La plupart des candidats ont compris l'organisation technique de l'oral; les autres subissant par là même un handicap plus lourd. La note est, bien entendu, fonction des connaissances et du talent à organiser la matière sur le sujet retenu, mais aussi des qualités mathématiques et des qualités pédagogiques. On trouve encore trop de candidats à peine audibles marmonnant leur plan et leur exposé, ou (parfois les mêmes !) écrivant de façon illisible, cachant le tableau sans souci de l'auditoire. Par ailleurs, bien des candidats ont une compréhension étroite et stérile des notions qu'ils exposent, au demeurant dans les strictes limites du programme d'oral : il n'y a pas d'enseignement vivant sans recul sur la matière enseignée et sans cette assimilation assez profonde qu'elle oriente très vite dans la résolution d'un exercice assez facile.

Force est aussi de constater la multiplication des plans stéréotypés et le danger d'une certaine sclérose, due pour partie à la permanence des sujets d'une année sur l'autre. Répétons que le jury est ouvert à tout point de vue , les remarques qui suivront, comme celles des années précédentes, ont pour but de signaler des possibilités et non de définir plus explicitement dans le contenu ou la forme l'épreuve orale ; les points de vue ou les présentations originales sont bien accueillis pourvu qu'ils soient cohérents. Compte tenu des divers aspects de l'épreuve, un travail scolastique figé, ou un recueil de recettes ne peuvent servir de préparation à l'oral ; sauf sur quelques points délaissés jusque là (et qu'il est dangereux de négliger !) il s'agit d'interconnecter les connaissances acquises, de les enrichir d'applications et d'exemples et de les comparer : un travail horizontal bien plus qu'une assimilation de sujets entièrement nouveaux ; encore ceux-ci doivent-ils viser surtout à homogénéiser ce niveau de base ; il s'agit aussi d'apprendre à organiser en trois heures une matière connue autour d'un thème, ce qui dépasse en utilité la simple connaissance (moyennant documents) de quelques plans types.

Pour aider les futurs candidats à mieux comprendre l'épreuve nous allons en observer les différentes étapes.

● CHOIX DU SUJET : les couplages étaient prévus en 1977 (*) de telle sorte que les candidats disposent d'un choix réel, portant bien entendu sur le sujet lui-même (ainsi en 1977 pas de couples géométrie-cinématique) mais aussi sur le style : exposé théorique classique, synthèse, exemples... En fait trop de candidats n'ont eu aucun choix réel, du fait d'une préparation incomplète ayant délaissé des parties entières du programme. Le jury a ainsi eu la stupeur de constater qu'un candidat ayant préféré le sujet «applications des développements limités et asymptotiques» à «exemples de tracé de courbes $\rho = f(\theta)$» s'est limité à proposer quelques

(*) Il va de soi que, pour les concours ultérieurs, le jury se réserve la possibilité d'adopter d'autres règles de couplage.

trivialités théoriques sur les développements limités, avec pour toute application la reconnaissance d'un maximum, et s'est déclaré incompétent à placer une tangente à une courbe en paramétriques proposée par la commission ! Comment se peut-il qu'à défaut de connaissances nettement mémorisées la préparation à l'oral n'ait pas appris à réunir quelque matière sur ce sujet en trois heures ? Ce cas extrême s'est révélé à la suite d'un couplage, pourtant sans malice, ayant de fait enlevé tout choix au candidat ; il est significatif d'une situation inquiétante.

Bien des candidats devraient pouvoir choisir un sujet un peu technique, demandant de la méthode et des qualités pédagogiques, plutôt qu'un sujet de topologie dont ils connaissent la matière minimale mais sans savoir l'appliquer ! Remarquons d'ailleurs que certains sujets demandent de la culture pour être correctement éclairés (ainsi par exemple (*) 7, 10, 20, 27, 39) ou quelque connaissance des fonctions de variables complexes – du reste au programme de l'écrit – (ainsi 48, 49, 50). Les sujets 38 et 51 révèlent souvent des idées confuses sur le logarithme complexe. D'ailleurs il n'est point jusqu'aux sujets sur les réels (11, 12, 13, 17, 18) qui ne soient l'occasion de déconvenues : mieux vaut avoir réfléchi à la distinction entre propriétés topologiques et métriques, au fait que $\overline{R}$ n'est pas le compactifié d'Alexandroff de R, aux diverses caractérisations et aux manipulations sur les limites supérieures... Les mécompréhensions sur de tels sujets sont fortement sanctionnées.

Les difficultés présentées par les sujets de géométrie et de cinématique sont différentes mais guère supérieures, comme en attestent les notes des quelques candidats ayant pris la peine de réfléchir sérieusement à ces questions. Le jury constate que les sujets de probabilité sont choisis presque uniquement par des candidats de l'option probabilité. Si le jury a quelque indulgence sur les sujets où l'expérience des candidats est en général légère, la géométrie, la cinématique et les probabilités ne sauraient être un refuge : on attend du candidat tout éclaircissement utile sur les notions d'analyse utilisées, et sur les rapprochements possibles avec d'autres parties du programme.

Une fois le sujet choisi, il ne saurait être question de le remplacer par un autre, même voisin ou proposé l'année précédente. Le jury, quant à lui, respecte totalement le choix du sujet, ainsi que celui du niveau auquel il est traité, étant entendu qu'en ce qui concerne les questions posées au candidat les seules limites sont celles du programme.

(*) Les numéros correspondent à la liste des sujets (cf. 2.3.)

● LES NOTES ET LEUR USAGE : le jury tient compte de la manière dont le candidat utilise ses notes. Celles-ci doivent être conçues de façon à limiter l'effort de mémoire ; elles ne peuvent dispenser de l'effort de réflexion. Ainsi, lors du plan, l'usage des notes (qui ne doit jamais être une lecture avec recopie) peut permettre d'éviter oublis et retours en arrière. On conçoit mal que des énoncés fondamentaux (de ceux que l'on recommande aux élèves d'apprendre !) soient lus mot à mot ! Bref, le contenu des notes doit être connu du candidat, celles-ci ne servant que de guide et d'aide-mémoire. Lors de l'exposé, et surtout s'il est long, elles peuvent être utilisées pour des détails techniques ; lors des questions, leur usage doit être exceptionnel, par exemple pour rechercher une précision secondaire demandée par le jury.

● USAGE DES DOCUMENTS : mettons en garde les candidats contre les absurdités auxquelles peuvent amener les mixages abusifs de plusieurs ouvrages au plan ou à la terminologie différentes. Remède pire que le mal : n'utiliser qu'un seul document ; le résultat est souvent sec, sans perspective ni personnalité.

Un exemple de ces dangers : sujet 56 (sous-variétés différentiables de R^2 et de R^3...) que trop de candidats croient pouvoir traiter en extrayant quelques pages d'ouvrages dont ils ignorent la teneur, et sans être capables d'illustrer leurs définitions (à moins qu'exemples et définitions, issus de sources différentes, ne correspondent pas !)

Les documents ne doivent d'ailleurs pas être la source exclusive : dans bien des cas le candidat pourrait faire preuve d'invention personnelle ou utiliser son expérience au moins pour les exemples, ce que le jury apprécie toujours beaucoup.

● PLAN ET PRESENTATION DU PLAN : c'est l'entrée en matière et un élément important pour juger des qualités pédagogiques. Les énoncés doivent être écrits de manière compréhensible et correcte. Le candidat doit rendre sensible l'enchaînement des idées, les explications, quoique brèves (le candidat peut supposer du jury une certaine rapidité de compréhension...), permettant de saisir la démarche adoptée.

Certains sujets (tels 28, 30, 38) ne posent pas d'autre problème que celui de la cohérence de l'ordre de présentation.

D'autres (cf. 36, 41, 49) semblent voués à être déformés, le plan laissant souvent une trop grande place à l'amont ou à l'aval du sujet proprement dit. Si le jury souhaite que le sujet soit d'une part replacé dans son contexte, d'autre part illustré par des applications, il ne faut pas que l'excès conduise, en fait, à traiter une autre question.

Les sujets de synthèse (exemples : 1, 29, 46, 47) donnent trop souvent lieu à un ramassis sans structure, ou à un classement très discutable : en fait ils demandent un sérieux travail de préparation.

Enfin le cas le plus grave reste les sujets d'exemples. Il ne s'agit pas alors d'exposer une théorie. On attend du candidat qu'il présente des exemples, éventuellement en petit nombre s'ils sont suffisamment illustratifs (ainsi les sujets de tracés de courbes peuvent reposer sur trois exemples bien choisis). Le plan peut être très bref (cinq à six minutes) mais ne doit pas consister seulement à énumérer des exemples ; inversement il ne s'agit pas de tout traiter dans le plan ! Le candidat doit expliquer les caractéristiques et l'intérêt des exemples qu'il propose. Dans bien des cas, un bon fil conducteur consistera à classer les exemples suivant la méthode d'obtention ou suivant les idées à illustrer, et à les accompagner de considérations portant sur les aspects particuliers, sur le niveau de généralité et sur les possibilités d'utilisation. On évitera, en particulier, de répéter plusieurs exemples voisins, au risque de laisser dans l'ombre des points importants de la théorie qu'il s'agit d'illustrer.

● QUESTIONS SUR LE PLAN : elles sont de deux types. Les unes sont destinées à lever les malentendus possibles, soit que le candidat ait commis un lapsus, soit que le jury l'ait mal compris et que subsiste un doute ; beaucoup de candidats n'ont pas le calme et la perspicacité nécessaires pour retrouver leurs étourderies et les corriger ou saisir exactement la question posée. Les autres questions portent sur la signification des énoncés et la terminologie utilisée, sur l'organisation logique et les notions supposées connues *a priori*, sur la trame des démonstrations, tous points sur lesquels le candidat doit avoir réfléchi auparavant. Par exemple (pour ce qui est des définitions) les intervalles de R, les notions de valeur d'adhérence, de point d'accumulation, point adhérent, donnent souvent lieu à des questions aux effets redoutables. Pour l'organisation, certains découvrent que leur ordre ne permet pas l'enchaînement des théorèmes (du moins avec les démonstrations qu'ils ont retenues), ou contient un cercle vicieux (dont l'origine peut-être dans les notions de départ).

Si le jury n'exige pas que le candidat ait en tête les démonstrations de tous ses énoncés, du moins attend-il qu'il puisse en préciser la ou les idées essentielles (sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans les détails) faute de quoi la structure du plan n'aurait pas grande signification. Ceci ne vaut pas pour quelques théorèmes très difficiles, mais, par exemple, il doit être toujours possible de situer en quelques mots la démonstration adoptée pour le théorème de Bolzano-Weierstrass.

● EXPOSE : un grand soin doit être apporté au choix et à la préparation des exposés proposés au jury. Il n'est pas souhaitable d'en retenir un nombre excessif : se limiter à trois est en général raisonnable, si l'on veut les étudier sérieusement ; le jury constate trop souvent que les déclarations d'égale compétence sur tout point du plan sont en fait des déclarations d'égale incompétence !

Les thèmes des exposés ne doivent pas être pris au hasard : le texte officiel demande que le candidat choisisse les points «qu'il juge importants». En pratique, et dans la mesure du possible, il faut donner un échantillonnage des idées essentielles, ne pas délaisser le coeur du sujet pour ne garder que des aspects marginaux, ne pas sélectionner uniquement des points voisins (ou pire, proposer un théorème, son lemme, son corollaire comme sujets distincts... même si l'ensemble peut constituer un seul exposé). Il est possible, à côté de deux exposés substantiels (cinq à dix minutes) d'en proposer un plus bref ; rappelons aussi qu'un exposé n'est pas automatiquement composé d'une unique démonstration (certains sujets se prêtent plutôt au choix d'une tranche intéressante du plan).

De toute façon, la liste des propositions doit être prévue d'avance et fournie sans tergiverser (certains candidats hésitent et finissent par proposer un sujet qu'ils n'ont pas préparé ; malheur à eux si c'est celui que le jury choisit !)

Le soin, la clarté, l'efficacité sont des éléments importants de la notation de l'exposé, qui doit être compréhensible de manière autonome. Si le jury est amené à intervenir pour autre chose que la rectification d'une étourderie, il est rare que la note atteigne la moyenne.

● QUESTIONS : les réponses aux questions générales ont une grande importance dans la note finale ; les candidats qui par leur attitude, leur lenteur, leurs erreurs dans le plan ou l'exposé, réduisent à presque rien cette phase de l'épreuve, se pénalisent donc d'eux-mêmes.

Les questions posées ont toutes un rapport avec le sujet ou le déroulement antérieur de l'interrogation. Certaines permettent de délimiter la culture du candidat ; des petits exercices servent à contrôler l'application des notions du plan dans des situations très simples, à faire découvrir au candidat un oubli, éventuellement une erreur à propos d'un exemple ou d'un contre-exemple. Quelquefois l'exercice est traité en détails pour juger les qualités techniques ; le plus souvent on se limite aux grandes lignes, révélatrices des qualités d'analyse et d'imagination.

● Le jury souhaite que cette analyse de l'oral permette aux candidats de mieux comprendre ce qu'il attend d'eux. Si les candidats tiennent compte de tous les aspects de l'oral leur préparation sera équilibrée et, du même coup, aura un intérêt tant mathématique que pédagogique ; une préparation déséquilibrée soit vis-à-vis du programme, soit vis-à-vis de l'une des phases de l'oral peut devenir purement artificielle.

2.2. Remarques particulières sur certains sujets

Le lecteur se rapportera aux rapports précédents.

2.3. Liste des exposés d'analyse, de mécanique et de probabilités

1) Applications à l'analyse de la notion de compacité.
2) Exemples d'espaces compacts.
3) Espaces homéomorphes. Exemples et contre-exemples.
4) Connexité. Applications.
5) Théorème du point fixe. Applications.
6) Espaces métriques complets, espaces métriques compacts ; comparaison de ces notions.
7) Exemples d'approximation dans les espaces vectoriels normés.
8) Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de normes de telles applications.
9) Espaces vectoriels normés de dimension finie.
10) Géométrie dans un espace vectoriel normé (par exemple convexité, projecteurs, sous-espaces de dimension ou de codimension finie ; cas des espaces de Hilbert).
11) Donner une construction de $\mathbb{R}$; en déduire les principales propriétés de $\mathbb{R}$.
12) Une définition de $\mathbb{R}$ étant choisie, en déduire les propriétés de $\mathbb{R}$.
13) Topologie de la droite numérique $\mathbb{R}$ et de la droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$.
14) Parties connexes de $\mathbb{R}$ et applications entre de telles parties.
15) Propriétés topologiques de $\mathbb{R}^n$; exemples d'utilisation.
16) Limite d'une fonction numérique d'une variable réelle.
17) Suites de nombres réels. Exemples.
18) Limite, limite inférieure, limite supérieure d'une suite dans $\mathbb{R}$ ou $\overline{\mathbb{R}}$
19) Approximation d'un nombre réel par des rationnels. Fractions continues.
20) Topologie et dénombrabilité : parties dénombrables denses, suites, suites extraites, suites de compacts...
21) Etude sur des exemples de suites numériques définies par une relation de récurrence.
22) Suites définies par une relation de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction à valeurs réelles.
23) Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle ; exemples, contre-exemples.
24) Fonctions à variation bornée ; cas des fonctions croissantes. Applications.
25) Applications réciproques.
26) Fonctions implicites. Applications.
27) Fonctions convexes d'une ou de plusieurs variables réelles.
28) Fonctions convexes d'une variable réelle ; inégalités de convexité.
29) Problèmes de prolongement de fonctions ; exemples.
30) Applications différentiables. Exemples.

31) Fonctions de plusieurs variables réelles : formule des accroissements finis et applications.

32) Différentiabilité d'ordre k des applications d'un ouvert de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}^p$; dérivées partielles.

33) Les différentes formules de Taylor.

34) Problèmes d'extremum.

35) Comparaison des fonctions au voisinage d'un point.

36) Applications des développements limités ou asymptotiques.

37) Fonction logarithme et fonction exponentielle d'une variable réelle.

38) Fonction exponentielle complexe.

39) Exemples de fonctions introduites par une équation fonctionnelle.

40) Fonctions circulaires directes et réciproques.

41) Convergence absolue et semi-convergence des séries ; sommation par paquets, réindexation.

42) Illustrer par des exemples et des contre-exemples la théorie des séries numériques.

43) Continuité, dérivabilité, intégrabilité de la somme d'une série de fonctions d'une variable réelle.

44) Comparaison d'une série et d'une intégrale.

45) Différentes notions de convergence d'une suite ou d'une suite de fonctions. Exemples.

46) Exemples d'utilisation du critère de convergence de Cauchy (suites, séries, fonctions...).

47) Exemples de problèmes d'interversion de limites.

48) Domaine de convergence d'une série entière. Propriétés de la somme d'une telle série.

49) Méthodes de développement d'une fonction en série entière. Exemples.

50) Série de Taylor.

51) Fonction $x \mapsto e^{ix}$ de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{C}$; nombre π. Module et argument d'un nombre complexe.

52) Solutions maximales des équations différentielles $y' = f(x, y)$.

53) Equations différentielles linéaires. Exemples.

54) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants ; cas d'une équation différentielle d'ordre n.

55) Etude détaillée sur un petit nombre d'exemples d'équations différentielles non linéaires ; illustrations géométriques.

56) Sous-variétés différentiables de $\mathbf{R}^2$ et de $\mathbf{R}^3$; espace tangent. Exemples.

57) Propriétés affines locales des courbes. Branches infinies. Exemples.

58) Exemples de tracé de courbes $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{f}(t)$.

59) Exemples de tracé de courbes $\rho = (f(\theta)$.

60) Rectification des courbes planes ; courbure ; recherche des courbes dont la courbure algébrique est une fonction donnée de l'arc.

61) Courbure et torsion des courbes en géométrie euclidienne de dimension 3. Recherche des courbes dont la courbure et la torsion sont des fonctions données de l'arc.

62) Mouvement à accélération centrale.

63) Composition des mouvements ; applications.

64) Mouvement d'un repère orthonormé ; applications à la théorie des courbes gauches et à la cinématique du solide.

65) Mouvement d'un plan sur un plan.

66) Méthodes de calcul approché des solutions des équations numériques.

67) Approximation des fonctions numériques par des fonctions polynomiales.

68) Théorèmes limites fondamentaux en calcul des probabilités.

69) Le jeu de pile ou face (variables de Bernoulli indépendantes).

70) Le conditionnement en calcul des probabilités. Exemples.

71) Loi binomiale, loi de Poisson.

3. EPREUVE D'ALGEBRE, GEOMETRIE

3.1. Observations générales

Aux exemples près, les considérations développées en 2.1 sont valables pour l'épreuve orale d'algèbre-géométrie.

3.2. Remarques particulières sur certains sujets

Nous reprenons, pour l'essentiel, des remarques déjà faites l'an dernier.

– Le jury a souvent constaté un manque de rigueur sur les points suivants :

● DIVISIBILITE : la définition d'un élément irréductible et l'énoncé du théorème de décomposition sont rarement corrects. Certains énoncés sont faux parce que le candidat a oublié le rôle particulier de l'élément nul.

● EQUATIONS LINEAIRES : la démonstration du théorème fondamental concernant l'existence des solutions est souvent floue.

● RACINES D'UN POLYNOME : de nombreux candidats parlent des racines d'un polynôme sans préciser dans quel ensemble ils les considèrent.

● VALEURS PROPRES : des phrases comme «si l'endomorphisme a toutes ses valeurs propres dans le corps» conduisent à des énoncés incorrects.
La définition du polynôme caractéristique n'est pas toujours bien donnée.

– Les candidats sont invités à illustrer leurs leçons par des exemples non triviaux :

● GROUPE : les groupes définis en algèbre binéaire ou en géométrie donnent des exemples intéressants de sous-groupes, de sous-groupes distingués, de systèmes générateurs, de groupes opérant sur un ensemble (problèmes de classification).

● ANNEAUX : il existe, dans le programme, des exemples d'anneaux non commutatifs, d'anneaux commutatifs non principaux et même d'anneaux principaux peu connus, semble-t-il, comme l'anneau des décimaux.

– Le lien entre la pratique et la théorie est souvent méconnu par le candidat.

Citons en particulier :

● FRACTIONS RATIONNELLES : s'il est nécessaire de connaître le théorème de décomposition en éléments simples, il faut aussi savoir décrire et mettre en œuvre des méthodes pratiques, permettant d'aboutir à un résultat numérique explicite.

● ESPACES VECTORIELS : il faut connaître et savoir exposer les démonstrations constructives particulières à la dimension finie.

● POLYNOMES : la structure euclidienne donne ici aussi des démonstrations constructives, en particulier celle de la factorialité (qui d'ailleurs s'énonce plus facilement en utilisant les polynômes unitaires).

● FORMES QUADRATIQUES : la méthode de Gauss doit être bien connue, car elle permet la construction effective d'une base orthogonale.

● GEOMETRIE : le jury souhaiterait que les candidats soient capables d'effectuer quelques «constructions géométriques» simples, par exemple celle du centre d'une similitude plane directe. L'étude des applications affines ne doit pas se borner à l'énoncé de quelques théorèmes d'algèbre : en particulier, la recherche des points fixes éventuels est essentielle.

– Le jury regrette que certains candidats fassent des hypothèses trop restrictives :

Par exemple :

● RACINES D'UN POLYNOME : le critère de multiplicité d'une racine ($f(a) = f'(a) = 0$) doit être énoncé sans se limiter au cas de la caractéristique 0.

● REDUCTION DES ENDOMORPHISMES : la diagonalisation ou la trigonalisation d'un endomorphisme sont liées à la factorisation de son polynôme caractéristique. L'hypothèse que le corps est algébriquement clos masque cette propriété.

● RACINES DE L'UNITE : il est regrettable de se limiter au corps des complexes ou au cas de la caractéristique 0.

3.3. Liste des exposés d'algèbre et de géométrie

1) Relations d'équivalence compatibles avec une structure algébrique. Applications.
2) Groupes finis. Exemples.
3) Groupe symétrique.
4) Sous-groupes distingués. Applications.
5) Groupe opérant sur un ensemble. Applications.

6) Parties génératrices d'un groupe. Exemples.
7) Groupe engendré par un élément.
8) Etude d'anneaux sur quelques exemples.
9) Anneaux quotients de $\mathbb{Z}$.
10) Idéaux d'un anneau unitaire.
11) Anneaux principaux.
12) Divisibilité dans les anneaux unitaires commutatifs intègres.
13) Exemples d'anneaux munis d'une division euclidienne. Applications.
14) Plus grand diviseur commun, plus petit multiple commun.
15) Nombres premiers. Applications.
16) Corps : structure et exemples.
17) Racines de l'unité.
18) Factorisation dans l'anneau des polynômes à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
19) Anneau des polynômes à une indéterminée sur un anneau.
20) Racines d'un polynôme à une indéterminée sur un corps commutatif. Multiplicité d'une racine.
21) Polynômes symétriques.
22) Congruences dans l'anneau des polynômes à une indéterminée sur un corps commutatif.
23) Divisibilité dans les anneaux de polynômes.
24) Polynômes irréductibles à une indéterminée sur un corps commutatif.
25) Elimination. Résultant de deux polynômes.
26) Valeur d'un polynôme. Fonction polynôme.
27) Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
28) Dérivation des polynômes.
29) Bases et dimension dans les espaces vectoriels.
30) Sous-espaces d'un espace vectoriel.
31) Hyperplans d'un espace vectoriel.
32) Rang en algèbre linéaire.
33) Groupe linéaire.
34) Dualité dans les espaces vectoriels.
35) Formes bilinéaires sur les espaces vectoriels de dimension finie.
36) Formes bilinéaires alternées, groupe symplectique (en dimension finie, sur un corps de caractéristique différente de 2).
37) Vecteurs et sous-espaces isotropes relativement à une forme bilinéaire symétrique ou alternée.
38) Formes multilinéaires alternées. Exemples.

39) Déterminants de vecteurs, d'un endomorphisme, d'une matrice. Liaisons, propriétés.
40) Applications des déterminants.
41) Equations linéaires.
42) Valeurs propres, sous-espaces propres.
43) Sous-espaces vectoriels stables par un endomorphisme. Applications.
44) Polynôme minimal d'un endomorphisme.
45) Expressions matricielles réduites d'un endomorphisme d'espace vectoriel de dimension finie.
46) Expressions matricielles réduites d'un endomorphisme d'un espace vectoriel réel de dimension finie.
47) Formes quadratiques. Décomposition en carrés. Classification sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.
48) Réductions d'une forme quadratique.
49) Espaces vectoriels euclidiens (en dimension finie).
50) Groupe orthogonal en dimension finie.
51) Espaces vectoriels hermitiens (en dimension finie).
52) Groupe unitaire en dimension finie.
53) Dualité dans les espaces vectoriels euclidiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme. Endomorphismes symétriques. Réduction.
54) Dualité dans les espaces vectoriels hermitiens en dimension finie. Adjoint d'un endomorphisme. Endomorphismes symétriques. Réduction.
55) Applications du produit vectoriel d'un espace vectoriel euclidien orienté de dimension 3.
56) Droite projective. Homographies, involutions. Cas de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.
57) Espaces projectifs.
58) Dualité dans les espaces projectifs.
59) Barycentres.
60) Variétés linéaires affines dans un espace vectoriel de dimension finie.
61) Applications affines et groupe affine en dimension finie.
62) Etude algébrique de la notion de convexité dans un espace affine réel de dimension finie.
63) Symétries.
64) Formes réduites des isométries d'un espace affine euclidien de dimension $\leqslant 3$.
65) Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie.
66) Problèmes d'angles en géométrie métrique plane.
67) Isométries d'un espace affine euclidien de dimension $\leqslant 3$, laissant globalement invariante une partie donnée.
68) Similitudes planes directes et indirectes.
69) Torseurs.
70) Inversion plane.

71) Pôles et polaires en géométrie plane.
72) Coniques dans le plan projectif.
73) Coniques dans le plan affine réel.
74) Coniques dans le plan affine euclidien.
75) Faisceaux linéaires ponctuels de coniques.
76) Le cercle en géométrie plane.
77) Génératrices rectilignes des quadriques en dimension 3.
78) Quadriques à centre dans un espace affine euclidien de dimension 3.
79) Utilisation des nombres complexes en géométrie.

4. BIBLIOTHEQUE DE L'AGREGATION

Les candidats étaient autorisés à apporter tout livre imprimé vendu dans le commerce (à l'exclusion des textes dactylographiés ou ronéotypés) et dépourvu de notes manuscrites.

En outre, ils pouvaient consulter sur place les ouvrages suivants :

ARTIN	*Algèbre géométrique* (Gauthier-Villars)
BASS	*Cours de Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
BERGER et GOSTIAUX	*Géométrie différentielle* (Colin)
BLANCHARD	*Corps non commutatifs* (Presses Universitaires)
BOURBAKI	Les tomes suivants : *Théorie des ensembles* *Algèbre* *Fonction d'une variable réelle* *Topologie générale* *Espaces vectoriels topologiques* *Intégration*
BROUSSE	*Mécanique* (Colin)
CABANNES H.	*Cours de mécanique générale* (Dunod)
CAGNAC	*Cours de mathématiques supérieures* (Masson)
CAGNAC, RAMIS et COMMEAU	*Nouveau cours de mathématiques spéciales* (Masson) *Géométrie*, Classes terminales C (Masson)
CAGNAC et THIBERGE	*Arithmétique/Algèbre* — Classes terminales (Masson)
CARTAN	*Fonctions analytiques* (Hermann) *Formes différentielles* (Hermann) *Calcul différentiel* (Hermann)
CASANOVA	*Cours de mathématiques spéciales* (Belin)

CHAMBADAL et OVAERT	*Cours de mathématiques* (Gauthier Villars) (tome 1 — tome 2, analyse (1 seulement)) *Algèbre linéaire et algèbre tensorielle* (Dunod)
CHAZEL	*Traité de mathématiques* (Hachette)
CHOQUET	*Cours d'analyse* (Masson) *L'enseignement de la géométrie* (Hermann)
CONDAMINE et VISSIO	*Mathématiques :* Terminales C et T (Delagrave)
COUTY	*Analyse* (Colin)
DIEUDONNE	*Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* (Hermann) *Sur les groupes classiques* (Hermann) *Calcul infinitésimal* (Hermann) *Eléments d'analyse* (Gauthier Villars) tomes 1 et 2
DIXMIER	*Fondements de l'analyse* (Hermann) *Analyse MP* (Gauthier Villars)
DONEDDU	*Arithmétique générale* (Dunod) *Cours de mathématiques spéciales* (Dunod)
DUBREIL (M. et Mme)	*Leçons d'algèbre moderne* (Dunod)
DUBUC	*Géométrie plane* (Presses Universitaires)
EXBRAYAT et MAZET	*Algèbre, Analyse, Topologie*
FELLER	*And introduction to probability theory and its applications.* Viley tomes 1 et 2
FRENKEL	*Algèbre et Géométrie* *Géométrie pour l'élève professeur* (Hermann)
GODEMENT	*Algèbre* (Hermann)
GOURSAT	*Cours d'analyse* (Gauthier Villars)
GOUYON	*Précis de Mathématiques spéciales* (Vuibert)
HARDY G.H.	*A course of Pure Mathematics* (Cambridge University Press)
HENNEQUIN et TORTRAT	*Théorie des probabilités et quelques applications* (Masson)
HOCQUENGHEM et JAFFARD	*Mathématiques* (Masson) tomes 1 et 2
KREE	*Introduction aux Mathématiques appliquées* (Dunod)
KRIVINE	*Théorie axiomatique des ensembles* (Presses universitaires)
LANG	*Introduction aux variétés différentiables* (traduction française) *Algèbre —* *— Linear Algebra —*
LEFORT	*Mathématiques pour les sciences biologiques et agronomiques* (Colin)

Mme LELONG-FERRAND et ARNAUDIES	*Cours de Mathématiques,* 4 tomes (Dunod)
Mme LELONG-FERRAND	*Géométrie différentielle* (Masson)
MAC-LANE et BIRKHOFF	*Algèbre, Structures fondamentales* (traduction française) *Les grands théorèmes* (traduction française)
MAILLARD	*Classes terminales C* (Hachette)
MALLIAVIN	*Géométrie différentielle intrinsèque* (Hermann)
MARTIN P.	*Géométrie* (Colin)
METIVIER	*Introduction à la théorie des probabilités*
MUTAFIAN	*La défi algébrique* (Vuibert) tomes 1 et 2
NEVEU J.	*Bases mathématiques du calcul des probabilités* (Masson)
PISOT et ZAMANSKY	*Mathématiques générales* (Dunod) *Algèbre et Algèbre linéaire* (Dunod)
QUEYSANNE	*Algèbre* (Colin)
RAMIS, DESCHAMPS et ODOUX	*Mathématiques spéciales* (Masson) tome 1 : algèbre — tomes 3 et 4 : analyse
RIESZ et NAGY	*Leçons d'analyse fonctionnelle* (Gauthier Villars)
RUDIN	*Real and complex Analysis* (Mac Grandhill)
SAMUEL	*Théorie algébrique des nombres* (Hermann)
SCHWARTZ	*Cours d'analyse* (Hermann) tomes 1 et 2
SERRE	*Cours d'arithmétique* (Presses universitaires)
VALIRON	*Cours d'analyse* (Masson) tomes 1 et 2
VAUQUOIS	*Les probabilités* (Hermann)
WARUSFEL	*Structures algébriques finies* (Hachette)
ZAMANSKY	*Algèbre et Analyse moderne* (Dunod)
ZISMAN	*Topologie algébrique* (Colin)