

# écrit

- 5 ont obtenu des chaires de classe préparatoires aux grandes écoles ;
- 22 ont obtenu des chaires de classes terminales C ou E ;
- 1 a été nommé dans une école normale d'instituteurs ;
- 27 ont été maintenus ou nommés sur des chaires ordinaires (lycées ou collèges) ;
- 19 partiront en coopération ou au service national ;
- 4 ont été affectés à la D.G.R.S.T. ;
- 3 ont obtenu un congé pour études ;
- 32 suivront un stage de formation professionnelle ;
- 76 feront une année supplémentaire dans une E.N.S.

### 3.7. Influence de la mixité du concours

Le concours était mixte pour la seconde fois. Le tableau suivant semble confirmer ce que l'on avait commencé à observer l'an dernier, à savoir que la mixité est assez nettement favorable aux candidats hommes. (F et H se rapportent respectivement aux femmes et aux hommes ;  $\tau$  désigne  $\frac{100F}{F+H}$  ; on a tenu compte des candidats étrangers) :

	1977			1976	1975
	F	H	$\tau$	$\tau$	$\tau$
Inscrits	946	1 734	35	37	36
Admissibles	94	259	26	24	36
Admis	57	147	28	28	40

On observera cependant que la proportion des candidates admissibles est meilleure qu'en 1976 et que, par ailleurs, sept d'entre elles se classent parmi les trente premiers (n° 6, 8, 18, 26, 26, 28, 29) contre trois seulement l'an dernier. Une conclusion définitive serait donc prématurée.

## MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

Sujet (durée : 6 heures)

I

Soit  $K$  un corps commutatif de caractéristique différente de 2. On appelle *espace quadratique* tout couple  $(E, Q)$ , où  $E$  est un espace vectoriel de dimension finie sur le corps  $K$  et  $Q$  une forme quadratique non dégénérée sur  $E$ . On notera  $P$  la forme polaire de  $Q$ . Par abus de langage, on écrira souvent  $E$  pour  $(E, Q)$ .

I. 1° Soient  $(E, Q)$  et  $(E', Q')$  deux espaces quadratiques. On pose  $E'' = E \times E'$  et on désigne par  $Q''$  l'application

$$Q'' : E'' \rightarrow K \quad (x, x') \mapsto Q(x) + Q'(x')$$

(relation abrégée en  $Q'' = Q + Q'$ ). Montrer que le couple  $(E'', Q'')$  est un espace quadratique que l'on appellera *somme directe* de  $E$  et  $E'$ .

I. 2° Soient  $\pi$  la projection canonique de  $E''$  sur  $E$ ,  $A$  un sous-espace de  $E''$ . A toute partie  $X$  de  $E$ , on associe  $\bar{X} = X \times \{0\}$ . On munit  $\bar{E}$  de la forme quadratique  $\bar{Q}$ , telle que  $\bar{Q}(x, 0) = Q(x)$ . On note par les signes  $\perp$ ,  $\circ$  et  $\bullet$  les orthogonalités dans les espaces  $E''$ ,  $E$  et  $\bar{E}$ . Calculer  $\bar{X}^\perp$  en fonction de  $X^\circ$ . Comparer  $\pi(A^\perp)$  et  $\pi[(A \cap \bar{E})^\bullet]$ . Déterminer l'orthogonal dans  $E''$  du produit d'un sous-espace de  $E$  par un sous-espace de  $E'$ .

I. 3° Définir à l'aide de  $Q$  une notion naturelle d'*isomorphisme quadratique* entre deux espaces quadratiques de façon que toute décomposition de  $E$  en somme directe de sous-espaces orthogonaux rende  $E$  isomorphe

à la somme directe (au sens du 1°) de ces sous-espaces munis de formes convenables.

I. 4°  $(E, Q)$  étant un espace quadratique, on note (abusivement)  $E$  le couple  $(E, -Q)$ . Déterminer un sous-espace  $L$  de  $E \times E$  égal à son orthogonal  $L^\perp$ .

I. 5° Un espace quadratique est dit *hyperbolique* si, et seulement s'il admet un *lagrangien*, c'est-à-dire un sous-espace égal à son orthogonal.

Soient  $(E, Q)$  un espace quadratique hyperbolique et  $L$  un lagrangien de cet espace. Que peut-on dire de la dimension de  $E$  ?

On considère un supplémentaire  $L_0$  de  $L$ , une base  $(e_1, \dots, e_n)$  de  $L$  et une base  $(f_1, \dots, f_n)$  de  $L_0$ . A tout vecteur  $v \in E$  on associe les matrices-colonne  $X$  et  $Y$  dont les éléments sont respectivement les  $n$  premières et les  $n$  dernières coordonnées de  $v$  dans la base  $(e_1, \dots, f_n)$  de  $E$ . Montrer qu'il existe deux matrices carrées d'ordre  $n$ ,  $A$  et  $B$ , telles que, pour tout  $v \in E$

$$Q(v) = {}^tX A Y + {}^tY B Y.$$

Montrer que la matrice  $A$  est inversible.

I. 6° Montrer que l'on peut choisir  $L_0$  et les bases  $(e_1, \dots, e_n)$ ,  $(f_1, \dots, f_n)$  de façon que, pour tout  $v \in E$ ,  $Q(v) = {}^tXY$ . En déduire que,  $L^*$  désignant le dual de  $L$ ,  $(E, Q)$  est quadratiquement isomorphe à  $(H(L), R)$ , où  $H(L)$  désigne  $L \times L^*$  et où  $R$  est déterminé par

$$R(x, \varphi) = \varphi(x).$$

I. 7° On remplace maintenant l'hypothèse  $L^\perp = L$  par l'inclusion  $L \subset L^\perp$ . Soit  $\Lambda$  un supplémentaire de  $L$  dans  $L^\perp$ . Déduire de la question précédente que l'on peut munir l'espace quotient  $L^\perp/L$  d'une forme quadratique telle que  $E$  soit quadratiquement isomorphe à la somme directe  $(L^\perp/L) \times H(L)$  ( $H(L)$  est défini comme au 6°; on pourra rechercher un lagrangien de  $\Lambda^\perp$ ).

I. 8° Soient  $E$  et  $E'$  deux espaces quadratiques tels que les espaces  $E'$  et  $E \times E'$  admettent des lagrangiens notés respectivement  $U$  et  $T$ . Posant  $\bar{U} = \{0\} \times U$ , montrer (avec les notations du 2°) que  $\pi[(T + \bar{U}) \cap E]$  est un lagrangien de  $E$ .

I. 9° On dira que deux espaces quadratiques  $E$  et  $E'$  sont *équivalents* si  $E \times (E')^\perp$  est hyperbolique. Justifier l'emploi de l'adjectif « équivalent ». Admettant que les classes d'équivalence définies par cette relation forment un ensemble, munir cet ensemble d'une addition de façon à obtenir un groupe abélien qui sera noté  $W(K)$ .

Montrer que  $W(\mathbb{C})$  et  $W(\mathbb{F})$  sont respectivement isomorphes aux groupes  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{Z}$ .

## II

II. 1° Soient  $\mathbb{F}_q$  un corps fini commutatif de cardinal  $q$  et de caractéristique différente de 2, et  $(a, b)$  un couple d'éléments non nuls de  $\mathbb{F}_q$ . Dénombrer les éléments de  $\mathbb{F}_q$  de la forme  $1 - by^2$  et montrer que l'équation  $ax^2 + by^2 = 1$  a au moins une solution  $(x, y) \in \mathbb{F}_q^2$ .

II. 2° Soit  $(E, Q)$  un espace quadratique sur  $\mathbb{F}_q$ . Montrer l'existence d'une base  $(e_1, \dots, e_n)$  de  $E$  orthogonale relativement à  $Q$ , telle que, pour  $i \geq 2$ ,  $Q(e_i)$  soit égal à 1. Montrer que, pour que l'on puisse imposer la condition supplémentaire  $Q(e_1) = 1$ , il faut et il suffit que le déterminant de  $Q$  relatif à une base quelconque soit un carré dans  $\mathbb{F}_q$ .

II. 3° En écrivant l'identité polynomiale

$$X^{q-1} - 1 = (X^r - 1)(X^r + 1), \quad \text{où } r = \frac{q-1}{2},$$

montrer que, pour tout  $a \in \mathbb{F}_q$ , la condition  $a^r = 1$  équivaut à l'existence d'un élément non nul  $b \in \mathbb{F}_q$  tel que  $a = b^2$ . On examinera les cas

$$q = 4m + 1 \quad \text{et} \quad q = 4m + 3.$$

II. 4° Montrer que, selon que  $q = 4m + 1$  ou  $q = 4m + 3$ ,  $W(\mathbb{F}_q)$  est isomorphe à  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$  ou à  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  (on pourra introduire un élément  $\omega \in \mathbb{F}_q$  qui n'est pas un carré et considérer  $(\mathbb{F}_q, Q)$ , où  $Q(x)$  désigne  $x^2$  ou  $\omega x^2$ ).

## III

III. 1° Soit  $G$  un groupe abélien fini noté additivement. On sait qu'il existe  $k$  nombres premiers (distincts ou non)  $p_1, \dots, p_k$  et  $h$  entiers non nuls  $n_1, \dots, n_k$  tels que, si l'on pose  $q_i = p_i^{n_i}$  ( $1 \leq i \leq k$ ),  $G$  soit isomorphe au produit direct  $(\mathbb{Z}/q_1\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/q_2\mathbb{Z}) \times \dots \times (\mathbb{Z}/q_k\mathbb{Z})$ , la famille  $(q_1, \dots, q_k)$  étant unique à l'ordre près.

Soit  $\hat{G} = \text{Hom}(G, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$  le groupe des homomorphismes de  $G$  dans le groupe-quotient du groupe additif de  $\mathbb{Q}$  par le sous-groupe  $\mathbb{Z}$ .

Montrer que  $G$  et  $\hat{G}$  ont même cardinal.

III. 2° Soit  $\chi$  l'application de  $G$  dans  $\hat{G}$  définie par les relations :

$$\chi : G \rightarrow \hat{G}, \quad \chi(x) : \hat{G} \rightarrow \mathbb{Q}/\mathbb{Z}, \quad \chi(x)(\varphi) = \varphi(x).$$

Montrer que  $\chi$  est un isomorphisme de groupes.

III. 3° Soit  $h$  une application de  $G \times G$  dans  $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$  supposée *symétrique* (c'est-à-dire telle que  $h(x, y) = h(y, x)$ ) pour tout couple  $(x, y)$  et en outre *bilinéaire* (c'est-à-dire telle que  $h(x + x', y) = h(x, y) + h(x', y)$ )

pour tout triplet  $(x, x', y)$ . On note  $\tilde{h}$  l'homomorphisme défini par les relations

$$\tilde{h} : G \rightarrow \hat{G}, \quad \tilde{h}(x) : G \rightarrow \mathbb{Q}/\mathbb{Z}, \quad \tilde{h}(x)(y) = h(x, y).$$

Montrer que  $\tilde{h}$  est un isomorphisme si, et seulement si,  $h$  est non dégénérée (c'est-à-dire si, à tout  $x \neq 0$ , correspond au moins un  $y$  tel que  $h(x, y) \neq 0$ ). On dira alors que  $(G, h)$  est un *groupe bilinéaire*. Par abus de langage, on écrira souvent  $G$  pour  $(G, h)$ .

III. 4° On appliquera désormais aux groupes bilinéaires langage et notations des espaces quadratiques : on dira par exemple que les parties  $X$  et  $Y$  du groupe bilinéaire  $G$  sont orthogonales si, pour tout  $(x, y) \in X \times Y$ ,  $h(x, y) = 0$ ; on notera  $n$  le cardinal de  $G$ , et, pour tout nombre premier  $i$ ,  $G_i$  le sous-groupe des  $x \in G$  tels que  $i^n x = 0$ . Montrer qu'il existe un nombre premier  $p$  tel que  $G$  soit bilinéairement isomorphe au produit direct de sous-groupes  $G_2 \times G_3 \times G_5 \times \dots \times G_p$ , chaque partie  $G_i$  ( $i \leq p$ ) étant orthogonale aux autres.

III. 5°  $L$  et  $L'$  étant deux sous-groupes de  $G$ , on notera  $L + L'$  le sous-groupe de  $G$  engendré par  $L \cup L'$ . Montrer que l'orthogonal de  $L$  est un sous-groupe  $L^\perp$  de  $G$ . Montrer que tout homomorphisme  $\lambda \in \hat{L}$  peut être prolongé en un homomorphisme  $\bar{\lambda} \in \hat{G}$ . Vérifier les égalités :

$$\text{card } L^\perp = \frac{\text{card } G}{\text{card } L}, \quad L^{\perp\perp} = L, \quad (L + L')^\perp = L^\perp \cap L'^\perp, \\ L^\perp + L'^\perp = (L \cap L')^\perp.$$

III. 6° Si la restriction de  $h$  à  $L$  est non dégénérée, montrer que  $G$  est bilinéairement isomorphe au produit direct  $L \times L^\perp$ .

III. 7° On note encore (abusivement)  $G^-$  le couple  $(G, -h)$ . En supposant  $L \subset L^\perp$ , munir  $L^\perp/L$  d'une forme bilinéaire, symétrique, non dégénérée, naturellement liée à  $h$ , telle que le groupe bilinéaire  $(L^\perp/L) \times G^-$  qui s'en déduit admette un sous-groupe  $\Gamma$  égal à son orthogonal (on pourra considérer la surjection canonique  $\tau$  de  $L^\perp$  sur  $L^\perp/L$  et l'ensemble des couples  $(\tau(x), x)$  où  $x \in L^\perp$ ).

III. 8° On dira que deux groupes bilinéaires  $G$  et  $G'$  sont *équivalents* si  $G \times (G')^-$  admet un sous-groupe égal à son orthogonal. Montrer, en s'inspirant du I. 9°, que l'on peut définir un groupe abélien  $\mathcal{K}$  analogue aux différents  $W(K)$ .

III. 9° Si  $p$  est un nombre premier, on appelle *groupe  $p$ -primaire* un groupe additif  $G$  tel que  $G = G_p$  (avec la notation du III. 4°). Montrer que les classes d'équivalence des groupes bilinéaires  $p$ -primaires définissent un sous-groupe  $\mathcal{K}_p$  de  $\mathcal{K}$ . Montrer que  $\mathcal{K}_p$  est isomorphe au sous-

groupe de  $\mathcal{K}_2 \times \mathcal{K}_3 \times \mathcal{K}_5 \times \dots \times \mathcal{K}_p \times \dots$  constitué par les suites  $(x_i)$ , ( $i$  premier ;  $x_i \in \mathcal{K}_i$ ), qui n'ont qu'un nombre fini de termes non nuls.

III. 10° Montrer que  $\mathcal{K}_p$  est isomorphe à  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  si  $p = 2$ , et isomorphe à  $W(\mathbb{F}_p)$  si  $p \geq 3$  (on pourra montrer que si  $G$  est bilinéaire et s'il existe  $m \geq 2$  tel que  $p^m x = 0$  pour tout  $x \in G$ , alors il existe un groupe bilinéaire équivalent à  $G$ , et un entier  $m' < m$  tel que  $p^{m'} y = 0$  pour tout  $y \in G$ ).

#### IV

Un groupe additif abélien est dit *libre de type fini* s'il existe un entier  $n$  tel que le groupe soit isomorphe à  $\mathbb{Z}^n$ . Soit  $H$  un tel groupe. Nous admettrons que les sous-groupes de  $H$  sont également libres de type fini; nous noterons  $H^* = \text{Hom}(H, \mathbb{Z})$  le groupe des homomorphismes de  $H$  dans le groupe  $\mathbb{Z}$ .

IV. 1° Montrer que  $H$  et  $H^*$  sont isomorphes.

IV. 2° Soient  $E$  et  $F$  deux groupes abéliens libres de type fini et  $\alpha : E \rightarrow F$  un homomorphisme. On appelle *transposé* de  $\alpha$  l'homomorphisme  ${}^t\alpha : F^* \rightarrow E^*$  défini par  ${}^t\alpha(\varphi) = \varphi \circ \alpha$ , et *conoyau* de  $\alpha$  le groupe-quotient  $G = \text{Coker } \alpha = F/\alpha(E)$ ; on suppose que le conoyau de  $\alpha$  est fini. Comme au III, on note  $\hat{G} = \text{Hom}(G, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$ .

Montrer que  ${}^t\alpha$  est injectif.

IV. 3° On considère en outre un élément  $w \in \hat{G}$ . On désigne par  $\beta : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}, \gamma : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}/\mathbb{Z}, \delta : F \rightarrow G$  les homomorphismes canoniques. Montrer qu'il existe des homomorphismes  $v : F \rightarrow \mathbb{Q}, u : E \rightarrow \mathbb{Z}$  tels que le diagramme

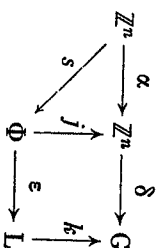
$$\begin{array}{ccccc} E & \xrightarrow{\alpha} & F & \xrightarrow{\delta} & G \\ \downarrow u & & \downarrow v & & \downarrow w \\ \mathbb{Z} & \xrightarrow{\beta} & \mathbb{Q} & \xrightarrow{\gamma} & \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \end{array}$$

soit commutatif.

IV. 4° Soit réciproquement  $u \in E^*$ . Supposant de plus  $\alpha$  injectif, montrer qu'il existe  $v$  et  $w$  tels que le diagramme ci-dessus soit commutatif, et qu'ils sont uniques. Montrer que la correspondance définie par  $u \mapsto w$  induit un homomorphisme surjectif de  $E^*$  sur  $\hat{G}$ , de noyau  ${}^t\alpha(F^*)$ , et que  $\text{Coker } {}^t\alpha$  est isomorphe à  $\hat{G}$ .

IV. 5° Soit  $A = (a_{ij})$  une matrice symétrique à coefficients dans  $\mathbb{Z}$ , de déterminant  $\det A \neq 0$ ; soient  $\alpha : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{Z}^n$  et  $\alpha' : \mathbb{Q}^n \rightarrow \mathbb{Q}^n$  les homomorphismes représentés par  $A$  dans les bases canoniques respectives. Pour tout couple  $(a, b) \in (\mathbb{Q}^n)^2$ , où  $a = (a_1, \dots, a_n)$ ,  $b = (b_1, \dots, b_n)$ , on pose  $a \bullet b = \sum_{i=1}^n a_i b_i$ . Si  $\delta$  est l'homomorphisme canonique de  $\mathbb{Z}^n$  sur  $G = \text{Coker } \alpha = \mathbb{Z}^n / \alpha(\mathbb{Z}^n)$ , on définit une application bilinéaire symétrique  $h$  de  $G \times G$  dans  $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$  par l'égalité  $h(\delta(x), \delta(y)) = \gamma(\alpha'^{-1}(x) \bullet y)$ . Montrer que  $(G, h)$  est un groupe bilinéaire.

IV. 6° Soit  $L$  un sous-groupe de  $G$ . Montrer que  $\Phi = \delta^{-1}(L)$  contient  $\alpha(\mathbb{Z}^n)$  et que, si  $j : \Phi \rightarrow \mathbb{Z}^n$ ,  $k : L \rightarrow G$  sont les homomorphismes canoniques, il existe des homomorphismes  $s : \mathbb{Z}^n \rightarrow \Phi$ ,  $e : \Phi \rightarrow L$  tels que le diagramme



soit commutatif.

IV. 7° On suppose que  $L \subset L^1$  et on note  $\rho : \Phi \rightarrow \Phi^*$  l'homomorphisme défini par  $\rho(x)(y) = \alpha'^{-1}(x) \bullet y$ ; montrer que, si  $e$  est l'isomorphisme de  $\mathbb{Z}^n$  sur  $(\mathbb{Z}^n)^*$  déduit de la forme bilinéaire  $(a, b) \mapsto a \bullet b$ , le transposé de  $s$  est tel que

$${}^t s \circ \rho = e \circ j.$$

IV. 8° On suppose  $L = L^1$ ; montrer que  $\rho$  est un isomorphisme. Si  $(f_1, \dots, f_n)$  engendre  $\Phi$  et si  $B$  est la matrice de la forme bilinéaire  $(x, y) \mapsto \alpha'^{-1}(x) \bullet y$  dans cette base de  $\Phi$ , montrer que  $|\det B| = 1$ .

IV. 9° Montrer que, si  $n = 2$ ,  $A = 2I$ ,  $L$  étant engendré par la classe modulo  $\alpha(\mathbb{Z}^2)$  du vecteur  $(1, 1)$ , on se trouve dans la situation du 8°, et déterminer alors  $\Phi$ ,  $\rho$ ,  $s$  et  $e$ .

IV. 10° On suppose que  $P_1, \dots, P_q$  sont  $q$  nombres premiers deux à deux distincts, de la forme  $(4k+1)$ , et que  $\det A = 2^r P_1^{r_1} \dots P_q^{r_q}$ . Montrer qu'il existe des matrices  $S$  et  $C$  à coefficients dans  $\mathbb{Z}$  et d'ordre  $2n$  telles que l'on ait les égalités :

$$\det C = 1, \quad {}^t S C S = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}.$$

## RAPPORT SUR L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

### 1. Thème du sujet

Comme il y a deux ans, le problème de mathématiques générales porte sur les formes quadratiques et, accessoirement, sur l'arithmétique.

La première partie définit la notion de groupe de Witt d'un corps comme quotient de la classe des espaces quadratiques non dégénérés par la relation :

$(E, Q) \sim (E', Q')$  si et seulement si  $E \times E'$  admet une partie  $L$  égale à son orthogonal pour la forme  $Q - Q'$ . (La vérification du caractère transitif de cette relation demande une partie technique assez pénible). On caractérise les groupes de Witt de  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$  comme isomorphes à  $\mathbb{Z}$  (car c'est la signature d'une forme qui compte et, plus exactement, la différence  $p - q$ ) et à  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  (suivant la dimension de  $E$ ).

La seconde partie, beaucoup plus courte, donne la décomposition canonique des formes quadratiques sur un corps fini  $\mathbb{F}_q$ , ( $Q(x) = \lambda x_1^2 + \sum_{i=2}^n x_i^2$ ), rappelle la classique condition nécessaire et suffisante pour que  $(-1)$  soit un carré dans  $\mathbb{F}_q$  et montre que le groupe de Witt de  $\mathbb{F}_q$  est de cardinal 4, cyclique si  $q = 4m+3$ , non cyclique si  $q = 4m+1$  (le cas  $q$  pair est exclu à cause de la caractéristique).

La troisième partie définit la notion de groupe de Witt. On part d'un groupe abélien fini ; après que l'on ait défini, très classiquement, les caractères du groupe et les groupes duaux et bidiaux, l'extension de la notion d'orthogonalité à partir d'une

forme bilinéaire non dégénérée conduit au groupe de Witt, et à son expression explicite comme produit de groupes tels que  $Z/2Z$  ou les différents groupes des corps  $F_p$ , (le théorème fondamental de structure des groupes abéliens finis étaient admis explicitement).

La dernière partie termine le problème sur une assez curieuse propriété de matrice carrée entière. Après quelques manipulations élémentaires sur les groupes abéliens libres de type fini (on admet le théorème de transfert de cette qualité à leurs sous-groupes), la définition d'une forme bilinéaire remarquable issue d'une matrice carrée entière symétrique conduit à l'application signalée, en montrant que le groupe de Witt du groupe bilinéaire considéré ne contient que des facteurs du type  $Z/2Z$ .

## 2. Observations des correcteurs

Bien que le problème fut original dans sa formulation (en réalité on pouvait, avec de solides connaissances en  $K$ -théorie, reconnaître qu'il ne constituait qu'une partie vulgarisée de résultats beaucoup plus profonds), il restait suffisamment classique pour qu'un candidat, à vrai dire bon algébriste, ait réussi à en traiter l'essentiel pendant les six heures dont il disposait. Sans s'attarder sur les vérifications minutieuses et triviales qui abondaient, ce candidat a eu le courage d'attaquer les vraies questions et de les résoudre ou, en tous cas, d'indiquer chaque fois la ligne générale de la solution.

Même si une telle performance n'est pas à la portée de tous, il serait bon que chacun sache ce qu'attend le jury : vérifier languissamment des trivalités n'a aucun intérêt et n'est guère « payé » ; ce qui compte c'est résoudre les problèmes nécessitant des méthodes d'attaque non inscrites dans l'énoncé. Est-ce beaucoup demander aux candidats d'avoir deux ou trois idées en six heures et de substituer l'intelligence des mathématiques (même en faible quantité si l'on n'est pas inspiré par le sujet) à une mécanique servile ?

Que les notes soient catastrophiques s'explique assez bien ; car enfin le contenu de la copie moyenne était si faible et surtout si banal qu'on ne peut guère penser qu'il ait fallu beaucoup plus d'une heure ou deux pour en venir à bout. A quoi a servi le reste du temps ? Le résultat le plus fréquent est un amoncellement de micro-problèmes résolus à la chaîne, qui ne vaut presque rien. Que l'on comprenne bien qu'il ne s'agit là que d'étapes nécessaires prévues pour la respiration de l'exécuteur (comme les pauses d'une partition de clarinette) et que les notes non infinitésimales ne sont accordées que lorsque le candidat a dû (et su) faire œuvre personnelle.

Autre amère constatation : le jury a relevé, avec une fréquence inquiétante, des confusions très graves, portant sur les définitions les plus simples : c'est ainsi qu'un

candidat sur deux croit que toute forme quadratique non dégénérée est définie positive.

Aussi étonnant que cela puisse paraître, il est certain que beaucoup d'étudiants de première année auraient obtenu de moins médiocres notes que leurs aînés à cette épreuve. Comme il n'y a aucune raison de croire que les générations soient fondamentalement différentes les unes des autres, c'est que le problème se situe ailleurs : qu'arrive-t-il aux étudiants jusqu'à leur candidature à l'agrégation ? Peut-être ceci : dépassés par les théories qu'il ne comprennent pas et dominent encore moins, il semble que, dans leur majorité, ils aient adopté une attitude entièrement passive devant les mathématiques, s'habituant à ne faire que les tâches mécaniques (ce qui suffit souvent à leur donner leurs examens d'université) et à abdiquer pour le reste.

## 3. Les notes (sur 60)

Nombre de copies corrigées : 2 237

Répartition des notes :

0	:	11,76 %
1 à 4	:	44,05 %
5 à 8	:	24,95 %
9 à 12	:	5,72 %
13 à 16	:	4,52 %
17 à 20	:	3,26 %
21 à 24	:	1,12 %
25 à 28	:	1,34 %
29 à 32	:	0,49 %
33 à 36	:	0,71 %
37 à 40	:	0,98 %
41 à 48	:	0,71 %
49 à 60	:	0,36 %