MÉCANIQUE GÉNÉRALE

NOTA. — *Les parties I et II sont indépendantes. La résolution des questions préliminaires n'est pas nécessaire pour traiter la partie II.*

NOTATIONS ET DÉFINITIONS

Le problème est consacré à l'étude de certains mouvements d'une plaque plane solide $\mathfrak{P}$ mobile dans un plan fixe Π. On désigne par $\mathcal{R}_0$ le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ supposé galiléen; le plan fixe Π est le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On ne tiendra pas compte de l'action de la pesanteur.

La plaque $\mathfrak{P}$, supposée sans épaisseur, a pour masse m, pour centre d'inertie G, pour axes principaux d'inertie GX et GY, les moments d'inertie correspondants étant A et B. Son mouvement dans Π est déterminé par les trois fonctions ρ, φ, et α du temps t :

$$|\overrightarrow{OG}| = \rho(t), \qquad (\vec{i}, \overrightarrow{OG}) = \varphi(t), \qquad (\overrightarrow{OG}, \overrightarrow{GX}) = \alpha(t).$$

On pourra poser $C = A + B$, $\theta = \varphi + \alpha$, et noter x et y les coordonnées de G dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $d = \sup_{M \in \mathfrak{P}} |\overrightarrow{GM}|$; on supposera toujours que le mouvement de $\mathfrak{P}$ est tel que l'on ait $\rho(t) > d$ pour toute valeur de t.

Le torseur $\mathcal{F}$ des forces agissant sur $\mathfrak{P}$ n'est pas le même dans les différentes parties du problème.

Dans tout l'énoncé U désigne une fonction des deux variables ρ et α, définie en tout point (ρ, α) tel que l'on ait $\rho > R_0$, le nombre fixe R_0 étant strictement positif; on suppose que U est continûment différentiable et vérifie $U(\rho, \alpha + 2\pi) = U(\rho, \alpha)$ quels que soient ρ et α. S'il existe un nombre réel R strictement supérieur à R_0 tel que, pour toute valeur de α, $\rho > R$ entraîne $\frac{\partial U}{\partial \rho}(\rho, \alpha) < 0$, on dira que U satisfait à la condition $(\mathcal{A}_R)$.

QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

P 1° Démontrer l'inégalité $C \leqslant md^2$.

P 2° On suppose $\mathfrak{P}$ soumise à l'action d'un champ de forces newtoniennes attractives de centre O : la force, qui s'exerce sur la masse δm placée au point M de $\mathfrak{P}$, est $\overrightarrow{F(M)}\,\delta m = \frac{\mu\,\delta m}{|\overrightarrow{MO}|^3}\overrightarrow{MO}$, où μ est un réel strictement positif.

Montrer que les forces agissant sur $\mathfrak{P}$ dérivent d'une fonction de forces U_N qui ne dépend que de ρ et α. Exprimer U_N sous forme d'une intégrale double étendue à $\mathfrak{P}$.

P 3° On suppose que $\frac{d}{\rho}$ reste petit. Montrer que U_N admet par rapport à l'infiniment petit $\frac{d}{\rho}$ un développement limité de la forme :

$$U_N = \frac{\mu m}{\rho} + \frac{\mu}{\rho^3}\Psi(\alpha) + \frac{1}{\rho^3}o(1)$$

où $o(1)$ désigne une fonction qui tend vers 0 quand $\frac{d}{\rho}$ tend vers 0.

Expliciter $\tilde{U} = \frac{\mu m}{\rho} + \frac{\mu}{\rho^3} \Psi(\alpha)$ en fonction de α, ρ, A, B.

P 4° Montrer que U_N satisfait à la condition $(\mathcal{A}_d)$ et $\tilde{U}$ à la condition $(\mathcal{A}_{d\sqrt{\frac{3}{2}}})$ donc *a fortiori* à la condition $(\mathcal{A}_{3d})$.

I

La plaque $\mathcal{P}$ est soumise à des forces qui dépendent d'une fonction de forces U des seules variables ρ et α (voir Notations et définitions).

Un mouvement $\mathcal{M}$ de $\mathcal{P}$ est complètement déterminé par le système des conditions initiales : $\rho(t_0) = \rho_0$, $\alpha(t_0) = \alpha_0$, $\varphi(t_0) = \varphi_0$, $\frac{d\rho}{d}(t_0) = \dot{\rho}_0$, $\frac{d\alpha}{dt}(t_0) = \dot{\alpha}_0$, $\frac{d\varphi}{dt}(t_0) = \dot{\varphi}_0$.

I. 1° Déterminer, en fonction des dérivées partielles de U, les éléments de réduction en G du torseur $\mathcal{F}$ des forces qui s'exercent sur $\mathcal{P}$.

I. 2° Écrire les équations différentielles du mouvement de $\mathcal{P}$. Trouver deux intégrales premières et en donner une interprétation mécanique.

I. 3° On suppose que U vérifie la condition $(\mathcal{A}_R)$. Montrer que, pour tout ρ_0 strictement supérieur à R, il existe au moins deux valeurs de α_0 de l'intervalle $[0, 2\pi[$ et des valeurs correspondantes de $\dot{\rho}_0$, $\dot{\alpha}_0$, $\dot{\varphi}_0$ telles que, pour tout $t \geqslant t_0$, on ait :

$$\rho(t) = \rho_0 \quad \text{et} \quad \alpha(t) = \alpha_0 .$$

Un tel mouvement sera noté mouvement $\mathcal{C}(\rho_0, \alpha_0)$.

I. 4° On suppose que U est la fonction $\tilde{U}$ définie en P 3° et qu'on a $R > 3d$. Les mouvements $\mathcal{C}$ de $\mathcal{P}$ correspondent alors à $\alpha_0 = 0$, $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_0 = \pi$, $\alpha_0 = \frac{3\pi}{2}$. L'étude des cas $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$ se ramène immédiatement à celle du cas $\alpha_0 = 0$. De quelle façon?

On se propose de trouver des conditions nécessaires de stabilité du mouvement $\mathcal{C}(\rho_0, 0)$. Pour cela, après avoir déterminé $\dot{\rho}_0$, $\dot{\alpha}_0$, $\dot{\varphi}_0$, on posera :

$$\rho = \rho_0 + \delta \qquad \dot{\varphi}_0 = \omega \qquad \dot{\varphi} = \omega + \varepsilon .$$

Considérant δ, ε, α et leurs dérivées comme des infiniment petits du même ordre, écrire le système différentiel $\mathcal{L}$ obtenu en linéarisant les équations du second ordre qui définissent $\mathcal{M}$.

Démontrer que l'équation caractéristique de $\mathcal{L}$ est de la forme :

$$s(as^4 + bs^2 + c) = 0 .$$

Calculer a, b, c et en déduire que le système $\mathcal{L}$ est stable pour $B > A$, instable pour $B < A$ (le cas $B = A$ ne sera pas étudié). Que peut-on en conclure pour le mouvement $\mathcal{C}(\rho_0, 0)$?

II

Dans cette deuxième partie, le torseur $\mathcal{F}$ des forces agissant sur $\mathcal{P}$ a pour résultante $\frac{m\mu}{|\overrightarrow{GO}|^3} \overrightarrow{GO}$, et son moment résultant en G est :

$$\frac{3\mu}{2\rho^3}(A - B) \sin 2\alpha .$$

II. 1° Quelle relation y a-t-il entre ce torseur et le torseur des attractions newtoniennes défini en P 2°?

Les équations qui définissent le mouvement de G sont indépendantes de la variable α; quelle est la trajectoire de G et comment sont définies les variations de α?

II. 2° Définir les cas où la trajectoire de G est un cercle de centre O. Discuter alors la nature du mouvement de $\mathfrak{R}$ autour de G. Déterminer les cas où α reste constant et étudier la stabilité de ces positions d'équilibre relatif, en supposant que les seules perturbations possibles sont des modifications des conditions initiales $\alpha_0 = \alpha(t_0)$ et $\dot{\alpha}_0 = \frac{d\alpha}{dt}(t_0)$.

Soit T la plus petite période du mouvement circulaire de G. Lorsque la fonction continue $t \longmapsto \alpha(t)$ est périodique, démontrer que sa plus petite période est toujours supérieure à $\frac{T}{\sqrt{3}}$.

II. 3° On suppose maintenant les conditions initiales $\rho_0, \dot{\rho}_0, \varphi_0, \dot{\varphi}_0$ telles que la trajectoire de G est une ellipse de foyer O, d'excentricité ε et d'équation en coordonnées polaires $\rho = \frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$; on suppose aussi $\dot{\varphi}_0 > 0$.

Former l'équation différentielle (E) du second ordre qui définit les variations de α en fonction de φ.

On suppose $A < B$ et on posè $\frac{B-A}{B+A} = \frac{\omega^2}{3}$. Dans le cas où (E) possède une solution périodique de période 2π en φ, identiquement nulle pour $\varepsilon = 0$ et analytique en ε pour ε assez petit, cette solution s'écrit sous la forme :

$$\alpha_1(\varphi) = \varepsilon u_1(\varphi) + \varepsilon^2 u_2(\varphi) + \varepsilon^2\, o(1)\,.$$

Démontrer que dans le cas particulier $B = 2A$ l'existence d'une telle solution est impossible, et déterminer explicitement u_1 et u_2 dans le cas $B \neq 2A$.

II. 4° En supposant que α reste petit, former l'équation différentielle linéaire (L) obtenue en ne conservant que les termes du premier ordre dans le développement en série entière par rapport à α du premier membre de (E).

Intégrer (L) pour $B = 2A$ (on pourra poser $z = \alpha(1+\varepsilon\cos\varphi)$ et chercher l'équation satisfaite par z). Que peut-on conclure dans ce cas?

II. 5° On suppose désormais $B \neq 2A$.

Soit (H) l'équation homogène associée à (L) et f une solution de (H) non identiquement nulle. Démontrer que la fonction g définie par $g(\varphi) = f(-\varphi)$ est aussi solution de (H). En déduire que (H) possède au moins une solution paire et une solution impaire en φ, linéairement indépendantes. On notera p la solution paire satisfaisant à $p(0) = 1$ et q la solution impaire satisfaisant à $q'(0) = 1$.

Les fonctions $\tilde{p}$ et $\tilde{q}$ définies par

$$\tilde{p}(\varphi) = p(\varphi + 2\pi) \quad \text{et} \quad \tilde{q}(\varphi) = q(\varphi + 2\pi)$$

sont aussi des solutions de (H) et s'expriment donc comme combinaisons linéaires de p et q :

$$\tilde{p} = ap + bq \qquad \tilde{q} = cp + dq\,.$$

Exprimer les relations qui existent entre a, b, c, d, $p(2\pi)$, $p'(2\pi)$, $q(2\pi)$, $q'(2\pi)$. (On pourra par exemple donner à φ les valeurs 0 et -2π).

Démontrer que, s'il existe un nombre complexe X et une solution non nulle y de (H) tels que pour tout φ on ait $y(\varphi + 2\pi) = X\,y(\varphi)$, alors X s'exprime de façon simple en fonction de $p(2\pi)$.

Étudier, suivant la valeur de $p(2\pi)$, le comportement de la solution générale de (H) lorsque φ augmente indéfiniment.

II. 6° Dans l'hypothèse où ε est assez petit, on se propose de montrer que $|p(2\pi)|$ reste inférieur à 1. Pour cela on admet que la solution p est fonction analytique de ε et on l'écrit :

$$p = p_0 + \varepsilon p_1 + \ldots + \varepsilon^n p_n + \ldots,$$

où $p_0, p_1, \ldots p_n, \ldots$ sont des fonctions paires de φ satisfaisant à $p_0(0) = 1$ et, pour $i \geqslant 1$, $p_i(0) = 0$. Calculer p_0; en déduire le résultat cherché. Donner le développement limité à l'ordre 2 en ε de $p(2\pi)$.

II. 7° En regroupant les différents résultats obtenus en II. 4°, II. 5°, II. 6°, décrire le comportement de α en fonction de φ dans le cas $B \neq 2A$.

COMPOSITION DE MECANIQUE

Le problème est consacré à l'étude du mouvement d'un solide dans un champ d'attraction newtonienne, lorsque le solide se déplace loin du centre d'attraction, dans deux approximations classiques : dans la première la fonction de forces est remplacée par son développement à l'ordre 3 par rapport à l'inverse de la distance et dans la seconde sont négligés dans le torseur des forces les termes d'ordre supérieur à 3.

Aucune question ne nécessite des connaissances autres que celles supposées acquises dans le premier cycle, et, pour éviter des calculs trop lourds, solide et conditions initiales sont choisis de façon à étudier des mouvements plans.

Deux remarques générales regrettables sont à signaler :

- la majorité des candidats butent sur des questions élémentaires et classiques, faute sans doute de préparation suffisante ; ils ne disposent plus alors du temps et des moyens nécessaires pour aborder les questions leur permettant de faire la preuve de leurs aptitudes ;
- le nombre des erreurs de calcul dans des développements algébriques est anormalement élevé ; il est nécessaire de rappeler, comme le correcteur d'analyse l'an dernier, que, pour faire des mathématiques, il est toujours indispensable de savoir calculer... et de savoir calculer juste !

QUESTIONS PRELIMINAIRES

Destinées à établir quelques résultats techniques utiles dans la suite, elles ne devraient retenir un candidat que quelques minutes. Tel n'est pas le cas et, sur ces questions faciles, la moitié des candidats n'obtiennent pas la moitié des points attribués par le barême. Comment ne pas être surpris de constater que nombre de candidats ignorent ce qu'est une fonction de forces, et que, parmi ceux qui, ayant montré l'égalité $\vec{F}(M)\,\vec{dM} = -\mu\, d\left(\frac{1}{OM}\right)$, obtiennent : $U_n = \mu \iint_{\mathcal{L}} \frac{dm}{\sqrt{r^2 + \rho^2 + 2\, r\rho \cos(\psi + \alpha)}}$, bien peu justifient correctement l'intégration !

Le développement limité par rapport à $\frac{1}{\rho}$ donne de suite :

$$\tilde{U} = \frac{\mu m}{\rho} + \frac{\mu}{2\rho^3}\,(3\,A \sin^2\alpha + 3\,B\cos^2\alpha - A - B)$$

Ce résultat ne se trouve que sur 10 des 105 copies de candidates !

La question P 4 demande clairement de majorer $\frac{\partial U_N}{\partial \rho}$ avant $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \rho}$. On ne s'explique pas pourquoi tant de candidats majorent d'abord $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \rho}$, puis tentent, sans succès bien sûr, d'obtenir une majoration de

$\dfrac{\partial U_N}{\partial \rho}$ à partir de $U_N = \tilde{U} + \dfrac{1}{\rho^3}$ o (1). On est en droit aussi de s'étonner de la légèreté avec laquelle sont manipulés les développements limités.

Partie I

1° - Les éléments de réduction de $\mathcal{F}$ s'obtiennent en écrivant que la puissance de $\mathcal{F}$ est $\dfrac{dU}{dt}$, encore faut-il savoir écrire la puissance d'un torseur !

2° - Les équations du mouvement, obtenues soit directement après calcul de $\mathcal{F}$, soit par la méthode de Lagrange, ont deux intégrales premières évidentes : l'une traduit le théorème de l'énergie cinétique et s'écrit : $m\,(\dot\rho^2 + \rho^2\dot\varphi^2) + C\,\dot\theta^2 = 2\,U + 2h$,
l'autre, $m\,\rho^2\,\dot\varphi + C\,\dot\theta$ = constante, n'est autre que l'expression du théorème du moment cinétique en projection sur l'axe $(O, \vec{k})$ et montre que $\mathcal{F}$ est réductible à une force unique passant par O.

3° - Dans un mouvement $\mathcal{C}$ (ρ_o, α_o), on a :

$$\left\{\begin{aligned} -m\,\rho_o\,\dot\varphi^2 &= \frac{\partial U}{\partial \rho}\,(\rho_o, \alpha_o) \\ m\,\rho_o^2\,\ddot\varphi &= -\frac{\partial U}{\partial \alpha}\,(\rho_o, \alpha_o) \end{aligned}\right.$$

La première de ces deux équations entraîne $\ddot\varphi = 0$ et les deux conditions nécessaires

$\dfrac{\partial U}{\partial \rho}\,(\rho_o, \alpha_o) < 0$ (vérifiée par l'hypothèse) et $\dfrac{\partial U}{\partial \alpha}\,(\rho_o, \alpha_o) = 0$

s'en déduisent. Cette dernière condition est satisfaite pour au moins deux valeurs de α_o dans $[0, 2\pi]$ à cause de la périodicité et de la régularité de $\mathcal{U}$. Si les conditions précédentes sont satisfaites par les données initiales, l'unicité de la solution $\mathcal{D}$ montre que l'on a bien dans chaque cas un mouvement $\mathcal{C}(\rho_o, \alpha_o)$.

4° - Cette question classique de linéarisation des équations du mouvement autour d'un mouvement stationnaire nécessite un certain soin dans le calcul. Elle montre, hélas ! que bien peu de candidats sont capables de mener à bien un développement de Taylor au second ordre d'une fonction de plusieurs variables sans oubli de termes ou erreurs de calcul.

$$\left\{\begin{aligned} &\ddot\delta - 2\,\rho_o\,\omega\,\varepsilon - \delta\left(\frac{3\mu}{\rho_o^3} + \frac{15\,\mu}{2\,\rho_o^5}\,\frac{2B - A}{m}\right) = 0 \\ &2\,\rho_o\,\omega\,\dot\delta + \rho_o^2\,\dot\varepsilon - \frac{3\mu}{m\,\rho_o^3}\,(B - A)\,\alpha = 0 \qquad \text{avec } \omega^2 = \frac{\mu}{2\,\rho_o^5}\left(2\,\rho_o^2 + \frac{6B - 3A}{m}\right) \\ &(A + B)\,(\dot\varepsilon + \ddot\alpha) + \frac{3\mu}{\rho_o^3}\,(B - A)\,\alpha = 0 \end{aligned}\right.$$

et conduit à une équation caractéristique du type $s\,(as^4 + bs^2 + c) = 0$
avec $a = C\rho_o^2$ (b et c ont des expressions plus compliquées).

Les conditions de stabilité de $\mathcal{L}$ sont : $b > 0$; $c > 0$; $b^2 - 4ac > 0$; un calcul soigné montre qu'elles sont équivalentes à $B - A > 0$.

Aucune copie ne donne une solution entièrement correcte de cette question ; la moindre erreur, même bénigne, est en effet fatale. Les copies, trop peu nombreuses malheureusement, montrant une connaissance correcte des méthodes ont été notées avec une grande indulgence.

Partie II

1° - Le torseur $\mathcal{F}$ est obtenu à partir de celui de P_2 en ne conservant dans les éléments de réduction que les termes d'ordre inférieur ou égal à 3 en $\dfrac{1}{\rho}$. Avec cette approximation, la trajectoire de G ne dépend pas des variations de α; mais α dépend de ρ et φ.

Le mouvement de G n'est autre que le mouvement de Kepler qui semble bien mal connu des candidats. Pour beaucoup la trajectoire ne peut être qu'une ellipse, parfois de centre O, et quelques candidats ne savent pas reconnaître une conique dans l'équation polaire $\rho = \dfrac{p}{a + b \cos \varphi}$ (pourquoi n'ont-ils pas lu la question II,3?) Que dire des candidats qui pensent que, dans tout mouvement à accélération centrale, « il suffit que la loi des aires soit satisfaite pour que la trajectoire soit une conique» ?

2° - Dans les mouvements où G a une trajectoire circulaire, on a : $\ddot{\alpha} = \dfrac{3\mu}{\rho_o^3} \dfrac{A-B}{C} \sin \alpha \cos \alpha$, équation pendulaire classique si l'on pose $\beta = 2\alpha$. Il est regrettable que tant de candidats pensent que la seule intégrale de cette équation est : $\dot{\alpha}^2 = -\dfrac{3\mu}{2\rho_o^3} \dfrac{A-B}{C} \cos 2\alpha$.

Lorsque α varie périodiquement (entre $-\alpha_o$ et α_o), on a $B > A$. La période du mouvement autour de G est :

$$T_\alpha = 2 \sqrt{\frac{B+A}{B-A}} \frac{1}{\sqrt{6\omega^2}} \int_{-\beta_o}^{+\beta_o} \frac{d\beta}{\sqrt{\cos \beta - \cos \beta_o}} \qquad \left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$$

En posant $\sin \alpha = u$ et $k = \sin \alpha_o$, il vient :

$$\frac{T_\alpha}{T} = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \sqrt{\frac{B+A}{B-A}} \int_{-k}^{+k} \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(k^2-u^2)}}$$

On a : $$\int_{-k}^{k} \frac{du}{\sqrt{k^2-u^2}} < \int_{-k}^{k} \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(k^2-u^2)}} < \frac{1}{\sqrt{(1-k^2)}} \int_{-k}^{k} \frac{du}{\sqrt{k^2-u^2}}$$

d'où, puisqu'on a $\sqrt{\dfrac{B+A}{B-A}} > 1$, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} < \dfrac{T_\alpha}{T} < \dfrac{1}{\sqrt{3 \cos \beta_o}}$

3° - On est obligé de constater ici que beaucoup de candidats ne lisent pas le texte : « l'équation différentielle qui définit les variations de α en fonction de φ» ne peut évidemment contenir t. En fait l'élimination de t entre les équations du mouvement G et celle qui définit α conduit à :

$$\text{(E)} \quad (1 + \varepsilon \cos \varphi) \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} - 2\varepsilon \sin \varphi \left(1 + \frac{d\alpha}{d\varphi}\right) + \omega^2 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

Or, dans plus de la moitié des copies abordant cette question, le résultat final trouvé est du type : $\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} = f(\alpha, \varphi)$. Il est clair qu'alors toutes les questions ultérieures ne peuvent être correctement traitées.

L'équation qui définit u_1 est : $u_1'' + \omega^2 u_1 = 2 \sin \varphi$. Pour $\omega^2 = 1$ (B = 2 A), cette équation n'a pas de solution périodique. Pour $\omega^2 \neq 1$, la solution 2π-périodique est : $u_1 = \dfrac{2 \sin \varphi}{\omega^2 - 1}$. Ensuite u_2 s'obtient par

$$u_2'' + \omega^2 u_2 = 2 \sin \varphi \, u_1' - \cos \varphi \, u_1'' = 3 \frac{\sin 2\varphi}{\omega^2 - 1}$$

d'où la solution 2π-périodique : $u_2 = \dfrac{3 \sin 2\varphi}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - 4)}$. On vérifie que $\omega^2 - 4$ n'est jamais nul.

4° - On trouve immédiatement

$$(L)(1 + \varepsilon \cos \varphi)\alpha'' - 2\varepsilon \sin \varphi \, \alpha' + \omega^2 \alpha = 2\varepsilon \sin \varphi$$

qui, pour $\omega = 1$ et en posant $z = \alpha(1 + \varepsilon \cos \varphi)$, devient $z'' + z = 2\varepsilon \sin \varphi$, équation qui n'a que des solutions non bornées lorsque y tend vers l'infini. Il y a alors résonance et (L) n'est plus une bonne approximation de (E).

5° - 6° - Ces dernières questions concernent l'étude des solutions d'une équation différentielle linéaire à coefficients périodiques. Elles ne sont pratiquement pas abordées.

Pour conclure ce rapport, il importe de rappeler avec insistance aux futurs candidats l'impossibilité de faire de la mécanique sans un minimum de connaissances sur les équations différentielles, minimum contenu d'ailleurs dans le programme du premier cycle. Peut-être tireront-ils quelque enseignement de cet extrait authentique d'une copie de candidate, soumis à leur méditation.

$$\text{« } \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\mu}{x^2} \Rightarrow x^2 \, d^2x = -\mu dt^2 \Rightarrow \frac{x^3}{3} \, dx + \lambda_1 = -\mu t \, dt + \lambda_2$$

$$\Rightarrow \frac{x^4}{12} + \lambda_1 x + \lambda'_1 = -\frac{\mu t^2}{2} + \lambda_2 t + \lambda'_2 \text{ »}$$

Il se passe de commentaire.

Répartition des notes

Agrégation masculine : 210 copies

n = 0	1 ≤ n ≤ 5	6 ≤ n ≤ 10	11 ≤ n ≤ 15	16 ≤ n ≤ 20	21 ≤ n ≤ 25	26 ≤ n ≤ 30	31 ≤ n ≤ 35	35 ≤ n ≤ 40
11	88	49	18	16	14	11	2	1

Agrégation féminine : 105 copies

n = 0	1 ≤ n ≤ 5	6 ≤ n ≤ 10	11 ≤ n ≤ 15	16 ≤ n ≤ 20	21 ≤ n ≤ 25	26 ≤ n ≤ 30	31 ≤ n ≤ 35	35 ≤ n ≤ 40
9	37	25	17	9	4	3	1	0