



Unité MA 4.04

Outils mathématiques des biosciences

Examen du 3 mai 2002

durée: 1h

Les documents sont autorisés.

Dans une ferme piscicole on fait de l'élevage intensif de truites à fin de leur commercialisation.

Exercice 1

Cette ferme se fournit en alevins en provenance de trois éleveurs A , B et C . Chaque bassin d'élevage a été empoissonné (et non empoisonné) avec des alevins en provenance de ces seuls éleveurs dans des proportions respectives (par éleveurs) de 25%, 35% et 40%. La probabilité qu'un alevin en provenance de l'éleveur A soit commercialisé au bout d'un an est de 0,65 alors que cette probabilité est de 0,72 et 0,69 respectivement pour les éleveurs B et C .

Donner la probabilité qu'une truite, commercialisée par cette ferme, provienne de l'éleveur A .

Exercice 2

On prélève au hasard des truites dans un bassin contenant un très grand nombre de truites. On suppose que 11,5% des truites de ce bassin présentent une pigmentation très particulière.

1. Les truites sont conditionnées par caissette de 10 truites. Déterminer les probabilités qu'une caissette ne contienne aucune truite pigmentée ? une truite pigmentée ? deux truites pigmentées ? plus de deux truites pigmentées ?
2. On prélève 300 truites.

On note par X_{300} la variable aléatoire "nombre de truites présentant la pigmentation particulière parmi l'échantillon de 300 truites choisies au hasard". La population des truites du bassin étant très grande, on supposera que X_{300} suit une loi binomiale.

-
- (a) Déterminer les paramètres de la loi de X_{300} .
- (b) Peut-on approcher la loi de X_{300} par une loi normale ? si oui de quels paramètres ?
- (c) Grâce à l'approximation par la loi normale, déterminer :
- les probabilités $P(X_{300} \leq 43)$, $P(X_{300} < 28)$, $P(28 < X_{300} \leq 47)$;
 - le plus petit entier n_0 tel que la probabilité que le nombre de truites ayant cette pigmentation (présentes dans l'échantillon de 300 truites) dépasse n_0 soit inférieure à 2,5%.
3. On veut étudier plus précisément les truites pigmentées. Pour cela, on prélève des truites au coup par coup. Si la truite ne présente pas la pigmentation, on la rejette dans le bassin et on recommence. On procède ainsi jusqu'à l'obtention d'une truite pigmentée.
- (a) Quelle est la probabilité d'obtenir la truite recherchée en au plus 3 coups ?
- (b) Combien de truites doit-on s'attendre à prélever de cette manière si on veut être sûr d'obtenir une truite pigmentée ?
- (c) Quel est le nombre minimum de prélèvement que l'on doit s'attendre à effectuer pour avoir au moins 85% de chance d'obtenir une truite pigmentée de cette manière ?

Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936

FIN DE L'ÉPREUVE