
Second concours session 2016 - ENS Cachan et ENS Rennes

Epreuve de Probabilités et statistique

Rapport du jury

Le sujet est composé de 5 parties. Il est consacré à l'étude du supremum de variables aléatoires gaussiennes. La première section étudie quelques aspects élémentaires des probabilités : asymptotique de la fonction de répartition gaussienne, et calculs d'espérances conditionnelles dans lesquelles intervient le maximum entre deux variables aléatoires gaussiennes. La deuxième section étudie le maximum de n variables aléatoires gaussiennes, tant en moyenne qu'en comportement asymptotique en loi. Dans la troisième partie, le sujet traite du supremum de sommes partielles de variables aléatoires gaussiennes. Cette partie requiert d'utiliser la loi du 0-1 de Kolmogorov et l'inégalité maximale pour les martingales (rappelée en début d'énoncé). L'objectif de la quatrième section est d'établir une inégalité exponentielle pour des transformations lipschitziennes de vecteurs gaussiens. Enfin, la cinquième section traite du supremum de processus gaussiens : une inégalité exponentielle y est établie, ainsi que le comportement limite de la fonction de répartition.

Les notes se répartissent de la manière suivante : tout d'abord une médiane à 10 (moyenne 10.12), puis un premier quartile à 7.25 et enfin un dernier quartile à 12. On note également des notes minimum et maximum de 3.5 et 19, respectivement.

L'objectif de la première partie était de vérifier que les candidats savaient utiliser les éléments de base des probabilités (espérance conditionnelle notamment). Les 2/3 des candidats ont traité cette partie. Néanmoins, quelques uns d'entre eux y ont consacré trop de temps, rédigeant avec beaucoup trop de détails. Les questions les plus élémentaires des sections 2 et 3 ont en général été bien traitées. Pour les questions plus délicates de ces sections, on perçoit quelques fois un manque d'habitude dans les calculs de loi limites, l'utilisation de l'équi-intégrabilité ou même pour prouver qu'un processus relativement simple est une martingale. Les questions fondamentales de la partie 4 ont été souvent très bien traitées. Enfin, si plusieurs candidats ont bien répondu aux premières questions de la dernière partie (notamment relatives à des calculs de loi de transformations linéaires de vecteurs gaussiens), les 3 dernières questions, plus difficiles, n'ont pas été abordées.