

Chapitre 5

Épreuves orales de leçons

5.1 Liste des leçons.

Liste des leçons d'analyse 2023

- 201** Espaces de fonctions. Exemples et applications.
- 203** Utilisation de la notion de compacité.
- 204** Connexité. Exemples et applications.
- 205** Espaces complets. Exemples et applications.
- 206** Exemples d'utilisation de la notion de dimension finie en analyse.
- 208** Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.
- 209** Approximation d'une fonction par des fonctions régulières. Exemples et applications.
- 213** Espaces de HILBERT. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.
- 214** Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.
- 215** Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbf{R}^n$. Exemples et applications.
- 219** Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.
- 220** Équations différentielles ordinaires. Exemples de résolution et d'études de solutions en dimension 1 et 2.
- 221** Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.
- 223** Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
- 224** Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.
- 226** Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.
- 228** Continuité, dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.
- 229** Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
- 230** Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
- 234** Fonctions et espaces de fonctions LEBESGUE-intégrables.
- 235** Problèmes d'interversion en analyse

- 236** Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.
- 239** Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
- 241** Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.
- 243** Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.
- 245** Fonctions d'une variable complexe. Exemples et applications.
- 246** Séries de FOURIER. Exemples et applications.
- 250** Transformation de FOURIER. Applications.
- 253** Utilisation de la notion de convexité en analyse.
- 261** Loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemples, applications.
- 262** Convergences d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limite. Exemples et applications.
- 264** Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.
- 265** Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales.
- 266** Illustration de la notion d'indépendance en probabilités.
- 267** Exemples d'utilisation de courbes en dimension 2 ou supérieure.

Liste des leçons d'algèbre

- 101** Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 102** Groupe des nombres complexes de module 1. Racines de l'unité. Applications.
- 103** Conjugaison dans un groupe. Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.
- 104** Groupes finis. Exemples et applications.
- 105** Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 106** Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $\text{GL}(E)$. Applications.
- 108** Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 120** Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.
- 121** Nombres premiers. Applications.
- 122** Anneaux principaux. Exemples et applications.
- 123** Corps finis. Applications.
- 125** Extensions de corps. Exemples et applications.
- 126** Exemples d'équations en arithmétique.
- 141** Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
- 142** PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications.
- 144** Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.
- 148** Exemples de décompositions de matrices. Applications.
- 149** Valeurs propres, vecteurs propres. Calculs exacts ou approchés d'éléments propres. Applications.
- 151** Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
- 152** Déterminant. Exemples et applications.

- 153 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 154 Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
- 155 Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
- 156 Exponentielle de matrices. Applications.
- 157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
- 158 Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
- 159 Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.
- 160 Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
- 161 Distances dans un espace affine euclidien. Isométries.
- 162 Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
- 170 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 171 Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.
- 181 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
- 191 Exemples d'utilisation de techniques d'algèbre en géométrie.

5.2 Présentation des épreuves

Modalités. Pour les épreuves de leçons, les candidats tirent au sort un couple de sujets. Le candidat est libre de choisir le sujet qui lui plaît parmi ces deux sujets proposés, celui où il se sent le plus à même de mettre en valeur ses connaissances. Il n'a pas à justifier ou commenter son choix.

Les candidats préparent l'interrogation pendant 3 heures. Durant tout ce temps, ils ont libre accès aux livres de la bibliothèque de l'agrégation ou à leurs propres ouvrages. Seuls sont autorisés les ouvrages avec un numéro ISBN et jouissant d'une véritable diffusion commerciale. L'attention des candidats est attirée sur le fait que l'ISBN ne suffit pas, une « diffusion commerciale avérée » est tout autant importante. Ainsi, un polycopié de cours, propre à un établissement, même muni d'un ISBN, pourra être refusé. Cette restriction est motivée par le principe d'égalité des candidats : les ressources documentaires autorisées doivent être facilement accessibles à tout candidat au concours. Les ouvrages imprimés par les candidats eux-mêmes (ou les bibliothèques universitaires, ou les préparations universitaires) ne sont pas autorisés et les livres doivent être vierges d'annotation. Tous les ouvrages personnels peuvent être interdits, lors de l'oral, sur simple décision du représentant du directoire présent lors de la préparation. Il n'est pas autorisé non plus de venir avec des livres dont certaines pages auraient été marquées au préalable, fût-ce de manière amovible, au moyen de post-it par exemple. (Il est toutefois possible de se munir de tels marque-pages à apposer durant la préparation.) Le représentant du directoire présent lors de la préparation peut interdire tout ouvrage personnel ou envoyé par une préparation universitaire. Les notes personnelles, manuscrites ou dactylographiées, ne sont autorisées ni pendant l'épreuve proprement dite, ni pendant la préparation. Il est possible, et même recommandé, de venir muni d'un exemplaire du rapport du jury de l'agrégation externe de mathématiques, relié et sans annotation. Quelques exemplaires du rapport sont à disposition des candidats dans chaque salle de préparation. Les candidats n'ont pas accès à Internet et la possession d'un dispositif de communication ou de stockage de données (téléphone, calculatrice, clé USB, montre connectée,...) serait considérée comme une tentative de fraude, susceptible d'entraîner l'exclusion du concours. Le temps de préparation est décompté dès l'ouverture